

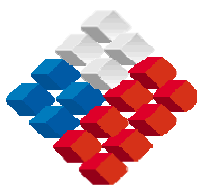


# CUANTIFICACIÓN DE LAS ECONOMÍAS DE ESCALA EN EL SECTOR SANITARIO

Informe Final

Diciembre del 2009  
Subsecretaría de Economía  
SCL Econometrics S.A.

Informe preparado para:



GOBIERNO DE CHILE

# ÍNDICE DE CONTENIDOS

---

<b>1.</b>	<b>INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>6</b>
<b>2.</b>	<b>REVISIÓN DE LA LITERATURA .....</b>	<b>8</b>
<b>3.</b>	<b>PROPUESTA METODOLOGICA .....</b>	<b>36</b>
3.1	TEORÍA ECONÓMICA SUBYACENTE: MINIMIZACIÓN DEL COSTO A LARGO PLAZO .....	36
3.2	LA FUNCIÓN DE COSTOS .....	39
3.3	ECONOMÍAS DE ESCALA .....	41
3.4	HOMOTETICIDAD Y LA FUNCIÓN DE COSTOS .....	42
3.5	IMPLEMENTACIÓN ECONOMETRICA: LA ESPECIFICACIÓN TRANSLOG .....	44
3.6	ESTIMACIÓN DE ELASTICIDADES DE SUSTITUCIÓN .....	48
3.7	ESTIMACIÓN DE ELASTICIDADES DE PRECIOS .....	49
3.8	ESTIMACIÓN DE ECONOMÍAS DE ESCALA .....	49
3.9	ESTRATEGIA DE ESTIMACIÓN E IMPLEMENTACIÓN .....	50
<b>4.</b>	<b>BASE DE DATOS .....</b>	<b>51</b>
4.1	CONSTRUCCIÓN DE LA BASE DE DATOS.....	51
4.1.1	<i>Determinación de precio de los factores</i> .....	54
4.2	ANÁLISIS DESCRIPTIVO DE VARIABLES INCLUIDAS EN EL MODELO .....	55
4.2.1	<i>Factor Energía</i> .....	56
4.2.2	<i>Factor Trabajo</i> .....	57
4.2.3	<i>Volumen Producido</i> .....	60
4.2.4	<i>Volumen Facturado</i> .....	64
<b>5.</b>	<b>RESULTADOS .....</b>	<b>68</b>
5.1	ETAPA DE PRODUCCIÓN .....	68
5.1.1	<i>Economías de Escala Etapa de Producción</i> .....	68
5.2	ETAPA DE DISTRIBUCIÓN .....	74
5.2.1	<i>Economías de Escala en la Etapa de Distribución</i> .....	75
5.3	ETAPA DE RECOLECCIÓN .....	79
5.3.1	<i>Economías de Escala en la Etapa de Recolección</i> .....	79
5.4	ETAPA DE TRATAMIENTO.....	84
5.4.1	<i>Economías de Escala en la Etapa de Tratamiento</i> .....	84
5.5	ACTIVIDAD DE ADMINISTRACIÓN.....	88
5.5.1	<i>Economías de Escala Actividad de Administración</i> .....	89
<b>6.</b>	<b>ANÁLISIS COMPLEMENTARIO: ESTIMACIÓN DE LAS ECONOMÍAS DE ESCALA Y DENSIDAD USANDO DATOS DE PANEL.....</b>	<b>93</b>
6.1	RESULTADOS: ANÁLISIS PANEL DE ECONOMÍAS DE ESCALA.....	96
6.2	ECONOMÍAS DE DENSIDAD DE REDES Y CLIENTES.....	98
6.2.1	<i>Densidad Etapa de Distribución</i> .....	98
6.2.2	<i>Densidad Etapa de Recolección</i> .....	106
6.3	APROXIMACIÓN ALTERNATIVA DE ESTIMACIÓN DE ECONOMÍAS DE DENSIDAD DE REDES Y CLIENTES. ....	113
<b>7.</b>	<b>CONCLUSIONES .....</b>	<b>122</b>
	<b>REFERENCIAS .....</b>	<b>127</b>
	ANEXO .....	130

---

## ÍNDICE DE TABLAS

---

Tabla 1. Estudios Empíricos Economías de Escala Sector Sanitario. ....	9
Tabla 2. Formas Funcionales .....	17
Tabla 3. Medidas de Economías de Escala .....	25
Tabla 4. Resultados Encontrados en la Literatura .....	28
Tabla 5. Evolución del precio del factor Energía por año y proveedor (\$reales diciembre 2008).....	56
Tabla 6. Economías de escala de las firmas seleccionadas del sector sanitario, etapa de producción.....	69
Tabla 7. Elasticidades Estimadas de Sustitución y Precio Propio Etapa de Producción .....	74
Tabla 8. Economías de escala de las firmas seleccionadas del sector sanitario, etapa de Distribución .....	75
Tabla 9. Elasticidades Estimadas de Sustitución y Precio Propio Etapa de Distribución .....	78
Tabla 10. Economías de Escala de las firmas en la Etapa de Recolección .....	80
Tabla 11. Elasticidades Estimadas de Sustitución y Precio Propio Etapa de Recolección .....	83
Tabla 12. Economías de Escala de las firmas en la Etapa de Tratamiento .....	85
Tabla 13. Elasticidades Estimadas de Sustitución y Precio Propio Etapa de Tratamiento .....	88
Tabla 14. Economías de Escala de las Firmas del Sector Sanitario, Actividad de Administración .....	89
Tabla 15. Economías de Escala Metodología de Panel .....	97
Tabla 16. Economías de Densidad de Red y Densidad de Clientes Escala de las Firmas del Sector Sanitario en la Etapa de Distribución año 2003.....	99
Tabla 17. Economías de Densidad de Red y Densidad de Clientes Escala de las Firmas del Sector Sanitario en la Etapa de Distribución año 2007.....	100
Tabla 18. Elasticidades para la Densidad de Red y Densidad de Clientes Escala de las Firmas del Sector Sanitario en la Etapa de Distribución .....	105
Tabla 19. Economías de Densidad de Red y Densidad de Clientes Escala de las Firmas del Sector Sanitario en la Etapa de Recolección año 2005 .....	106
Tabla 20. Economías de Densidad de Red y Densidad de Clientes Escala de las Firmas del Sector Sanitario en la Etapa de Recolección año 2007 .....	107
Tabla 21. Elasticidades para la Densidad de Red y Densidad de Clientes Escala de las Firmas del Sector Sanitario en la Etapa de Recolección .....	112
Tabla 22. Economías de Densidad por Clientes por longitud lineal de red de las Firmas del Sector Sanitario en la Etapa de Distribución año 2003 y 2007 .....	116
Tabla 23. Economías de Densidad por Clientes por longitud lineal de red de las Firmas del Sector Sanitario en la Etapa de Recolección año 2003 y 2007 .....	121

## ÍNDICE DE GRAFICOS

---

Gráfico 1: Curvas de Costo Medio y Marginal de Largo Plazo .....	42
Gráfico 2. Variación porcentual del factor trabajo en la etapa de producción de aguas potable por firma en el período señalado .....	57
Gráfico 3. Variación porcentual del factor trabajo en la etapa de producción de aguas potable por firma en el período señalado .....	58
Gráfico 4. Variación porcentual del factor trabajo en la etapa de producción de aguas potable por firma en el período señalado .....	59
Gráfico 5. Variación porcentual del factor trabajo en la etapa de producción de aguas potable por firma en el período señalado .....	59
Gráfico 6. Variación porcentual de producción de agua potable por firma en el período señalado .....	61
Gráfico 7. Variación porcentual de producción de agua potable por firma en el período señalado .....	61
Gráfico 8. Variación porcentual de producción de agua potable por firma en el período señalado .....	62
Gráfico 9. Variación porcentual de producción de agua potable por firma en el período señalado .....	63
Gráfico 10. Variación porcentual de distribución de agua potable por firma en el período señalado .....	64
Gráfico 11. Variación porcentual de distribución de agua potable por firma en el período señalado .....	64
Gráfico 12. Variación porcentual de distribución de agua potable por firma en el período señalado .....	66
Gráfico 13. Variación porcentual de distribución de agua potable por firma en el período señalado .....	67
Gráfico 14. Curva Estimada de Costo Medio para la Firma Promedio en la Etapa de Producción Años 2003, 2005 y 2007 .....	72
Gráfico 15. Curva Estimada de Costo Medio para la Firma Promedio en la Etapa de Distribución Años 2003, 2005 y 2007 .....	77
Gráfico 16. Curva Estimada de Costo Medio para la Firma Promedio en la Etapa de Recolección Años 2003, 2005 y 2007 .....	82
Gráfico 17. Curva Estimada de Costo Medio para la Firma Promedio en la Etapa de Tratamiento Años 2003 y 2007 .....	87
Gráfico 18. Curva Estimada de Costo Medio para la Firma Promedio en la Actividad de Administración Años 2003 y 2007 .....	91
Gráfico 19. Curva Estimada de Costo Medio para la Firma Promedio en la Etapa de Distribución por Longitud de Red Lineal Años 2003 y 2007 .....	102
Gráfico 20. Curva Estimada de Costo Medio para la Firma Promedio la Etapa de Distribución para la Densidad de Cliente Años 2003 y 2007 .....	104
Gráfico 21. Curva Estimada de Costo Medio Firma Promedio en la Etapa de Recolección por Longitud de Red Lineal Años 2003 y 2007 .....	109
Gráfico 22. Curva Estimada de Costo Medio para la Firma Promedio la Etapa de Recolección para la Densidad de Cliente Años 2003 y 2007 .....	111
Gráfico 23. Curva Estimada de Costo Medio Firma Promedio en la Etapa de Distribución corrigiendo por cliente por Longitud de Red Lineal Años 2003 y 2007 .....	115
Gráfico 24. Curva Estimada de Costo Medio Firma Promedio en la Etapa de Recolección Distribución corrigiendo por cliente por Longitud de Red Lineal Años 2003 y 2007 .....	119



## 1. INTRODUCCIÓN

El Ministerio de Economía, Fomento y Reconstrucción, apoyado en las Superintendencias de Electricidad y Combustibles y de Servicios Sanitarios, la Comisión Nacional de Energía y la Subsecretaría de Telecomunicaciones, tiene la responsabilidad legal de fijar mediante decreto las tarifas a que deben someterse los servicios sanitarios, eléctricos y de telecomunicaciones, con una periodicidad de cuatro a cinco años. Estos procesos se han aplicado desde la década de los ochenta, contándose con una experiencia en los procedimientos y metodologías de tarificación suficiente como para su evaluación y perfeccionamiento, tarea que es asumida por este Ministerio en el contexto del mejoramiento al marco regulatorio de los servicios de utilidad pública.

A diciembre del año 2007, el sector sanitario estaba constituido por 57 empresas que prestan servicio en zonas urbanas, de las cuales 49 se encuentran efectivamente en operación. De estas empresas, 20 atienden a más del 99% de los clientes y cubren en su gran mayoría las cuatro etapas presentes en el servicio de agua potable y alcantarillado. En consecuencia, el sector se constituye en su mayoría por empresas sanitarias muy pequeñas, número que ha ido creciendo en el transcurso de estos últimos años, y cuyos costos - y por ende sus tarifas -, en general, son más altas que las empresas de mayor tamaño.

La explicación general de estos mayores costos relativos son las economías de escala, sin embargo no se conoce con precisión la magnitud en que este fenómeno está presente en los diversos procesos o etapas productivas de las empresas sanitarias. Un mayor conocimiento permitiría enfrentar de mejor forma preguntas de políticas públicas como las siguientes: ¿Cuan relevante es que empresas pertenecientes a un mismo controlador, que presumiblemente comparten o debieran compartir algunos



procesos productivos, por disposiciones normativas estén siendo tarifadas como empresas independientes?; ¿cuán relevante es que la normativa no ponga presión sobre las empresas de menor tamaño para que consoliden sus operaciones con otras y los ahorros de costos se traspasen a menores tarifas?.

En este contexto, el objetivo general de este estudio es disponer de un análisis cuantitativo que, a partir de Información obtenida de los procesos tarifarios, permita conocer la magnitud de las economías de escala en los procesos o etapas productivas más relevantes de la industria sanitaria chilena. Los objetivos específicos del mismo son:

- a. Revisar la literatura nacional e internacional sobre economías de escala en la industria sanitaria.
- b. A partir de la revisión anterior, seleccionar los procesos o etapas productivas más relevantes de las empresas sanitarias, y el conjunto de información proveniente de los procesos tarifarios del sector, que se utilizarán para cuantificar las economías de escala.
- c. A partir de la información seleccionada en el punto anterior, definir justificadamente la metodología a emplear para la cuantificación de las economías de escala.
- d. Cuantificación de las economías de escala en la industria sanitaria chilena, procesamiento de resultados y formulación de conclusiones.

El presente informe se estructura como sigue. Primero, se presenta la revisión de la literatura. Segundo, se discute la propuesta metodológica. Tercero, se presentan los resultados principales. Finalmente, se ofrecen las conclusiones del estudio.



## 2. REVISIÓN DE LA LITERATURA

La literatura empírica sobre la estimación de economías de escala en el sector sanitario es relativamente amplia, especialmente en la industria del agua potable (acueducto). La mayoría de los estudios concentran la estimación para la etapa de distribución, la cual comprende tanto transmisión como distribución [Fabbri y Fraquelli (2000), García et al. (2007)]. Los estudios varían en el número de productos analizados. Se tiene estudios donde el análisis se limita a un solo producto, que generalmente se define como el volumen de agua suministrada. Otros estudios analizan más de un producto, ya sea desagregando producción y distribución o diferenciando entre la venta de agua mayorista y la venta a usuarios residenciales. También se tiene el análisis de productos de acueducto y alcantarillado, ver Tabla 1.

La revisión que se presenta más adelante comprende una revisión de los aspectos metodológicos y de los resultados de la literatura empírica sobre el análisis de las economías de escala en el sector sanitario.





**Tabla 1. Estudios Empíricos Economías de Escala Sector Sanitario.**

Estudio	País	Datos	Etapas Productivas	Producto
Ashton (2003)	Reino Unido	Datos agregados; 1991-1996; 20 empresas de acueducto	Distribución	Uniprodueto
Bottaso y Conti (2004)	Reino Unido	Panel de datos no balanceado; 1995-2001; 177 empresas que prestan servicios de acueducto y alcantarillado y solo de acueducto <sup>1</sup>	Distribución	Uniprodueto
Fabbri y Fraquelli (2000)	Italia	Datos de sección cruzada; 1991; 173 empresas de acueducto	Transmisión y distribución	Uniprodueto
Filippini et al. (2008)	Eslovenia	Panel de datos no balanceado; 1997-2003; 52 empresas de acueducto <sup>2</sup>	Distribución	Uniprodueto
Fraquelli y Moiso (2005)	Italia	Panel de datos no balanceado; 30 años; 18 ATOs <sup>3</sup>	Distribución	Uniprodueto <sup>4</sup>
García y Thomas (2001)	Francia	Datos de panel; 1995-1997; 55 empresas de acueducto.	Producción y distribución	Multiprodueto, se consideran dos productos: volumen facturado y volumen de pérdidas <sup>5</sup>

<sup>1</sup> Si bien se consideran empresas que proveen ambos servicios, la estimación se realiza sólo para servicios de acueducto. Los ahorros que se puedan generar por la prestación conjunta de servicios de acueducto y alcantarillado son tomados en cuenta mediante la incorporación de variables dummy. Esta variable toma valor cero para aquellas compañías que únicamente prestan servicios de acueducto. Otro punto es que el periodo analizado presenta una serie de fusiones entre empresas, esta situación es tratada de dos formas: i) si la fusión se dio entre dos empresas de tamaño similar, entonces se considera la entidad fusionada como una compañía nueva y ii) si la fusión se dio entre firmas con diferencia considerable en tamaño, se deja en el panel a la firma más grande. Otra característica del periodo analizado, es que el mismo presentó cambios significativos en el marco regulatorio.

<sup>2</sup> Algunas de las empresas proveen más de un servicio (acueducto, alcantarillado, tratamiento de aguas servidas).

<sup>3</sup> ATO es la abreviación en italiano de tamaño óptimo de área (Ambiti Territoriali Ottimali).

<sup>4</sup> Si bien se considera un solo producto, la firma se halla integrada verticalmente. El objetivo del estudio de Fraquelli y Moiso es la evaluación de economías de escala a nivel del tamaño óptimo de áreas territoriales, donde se busca que cada territorio tenga una administración conjunta o unificada de los servicios sanitarios, es decir cada firma administraría servicios de agua potable, alcantarillado y tratamiento de aguas servidas. El objetivo es la definición del tamaño óptimo de las firmas para estas áreas.

<sup>5</sup> Se realiza el análisis del proceso de producción de agua mediante la consideración del volumen de pérdidas de la red como un producto que es conjuntamente “producido” con el suministro de agua a los consumidores.



**Tabla 1. Estudios Empíricos Economías de Escala Sector Sanitario (cont.).**

Estudio	País	Datos	Etapa Productiva	Producto
García et al. (2007)	Estados Unidos	Panel de datos balanceado; 1997-2000; 211 empresas [171 producción y distribución; 17 producción; 15 distribución]	Producción (Producción y tratamiento) Distribución (Transmisión y distribución)	Multiproducto, se consideran dos productos: agua vendida a empresas de distribución y agua vendida a consumidores finales.
Hayes (1987)	Estados Unidos	475 empresas de acueducto para los años 1960, 1970 y 1976.	Producción	Multiproducto, consideración de 2 mercados, producción de agua para consumo directo (residencial) y para consumo mayorista (venta a otras empresas)
Iimi (2008)	Participación pública privada (PPPs) en el sector sanitario <sup>6</sup>	Datos agregados sobre PPPs; 1993-2007.	Distribución acueducto; Recolección alcantarillado.	Multiproducto, servicios de acueducto y alcantarillado
Kim y Clark (1988)	Estados Unidos	Datos de sección cruzada; 1973; 60 empresas de acueducto.	Distribución	Multiproducto, empresa provee 2 servicios, suministro de agua a clientes residenciales y no residenciales
Kim y Lee (1998)	Corea del Sur	42 empresas municipales de acueducto; 1989-1994	Distribución	Uniproducto

<sup>6</sup> El objetivo del estudio es establecer la importancia de las economías de escala en las operaciones PPP en el sector sanitario.



**Tabla 1. Estudios Empíricos Economías de Escala Sector Sanitario (cont.).**

Estudio	País	Datos	Etapa Productiva	Producto
Martins et al. (2006)	Portugal	Datos de sección cruzada; 2002; 282 empresas sanitarias	Distribución acueducto; Recolección alcantarillado.	Multiproducto
Mizutani y Urakami (2001)	Japón	112 empresas de acueducto; 1994.7	Distribución	Uniproducto
Nauges y van der Berg (2007)	Brazil, Colombia, Moldova y Vietnam	Datos de panel: Para Brazil (26 empresas; 1996-2004), Colombia (48; 2003-2004) y Moldova (38; 1996-2004) son empresas de acueducto y alcantarillado. Para Vietnam, son 49 empresas de acueducto; 1997-2000.	Producción	Uniproducto <sup>8</sup>
Revollo y Londoño (2008)	Colombia	Economías de escala acueducto: panel data no balanceado; 2003-2005; 77 empresas. Economías de escala alcantarillado: panel data balanceado; 2003-2005; 49 empresas <sup>9</sup>	Distribución acueducto; Recolección alcantarillado.	Multiproducto, servicios de acueducto y alcantarillado
Saal y Parker (2000)	Reino Unido	Empresas de acueducto y alcantarillado	Distribución acueducto.  Recolección alcantarillado	Multiproducto, servicios de acueducto y alcantarillado

<sup>7</sup> Los autores indican que debido a la gran diferencia de tamaño existente entre las empresas y con el objetivo de evitar sesgos en la estimación, se escogieron empresas para diferentes categorías de tamaño.

<sup>8</sup> Inicialmente se consideró una empresa multiproducto (volumen total de agua producida y volumen total de agua tratada); sin embargo, las estimaciones indicaron un coeficiente no significativo para aguas servidas. Situación que podría ser explicada por la alta colinealidad existente entre los dos productos. Además, la estimación de retornos no se ve significativamente modificada al considerar un solo producto (acueducto).

<sup>9</sup> Para la estimación conjunta se utilizaron empresas que prestan uno o ambos servicios y cuentan con información.



**Tabla 1. Estudios Empíricos Economías de Escala Sector Sanitario (cont.).**

Estudio	País	Datos	Etapa Productiva	Producto
Saal et al. (2007)	Reino Unido	Panel de datos balanceado empresas de acueducto y alcantarillado	Distribución acueducto. Recolección alcantarillado	Multiproducto, servicios de acueducto y alcantarillado
Shih et al. (2004)	Estados Unidos	Encuestas a empresas comunitarias para los años 1995 y 2000.	Producción	Uniproducto
Torres y Morrison Paul (2006)	Estados Unidos	Datos de sección cruzada; 1996; 255 observaciones para empresas sanitarias.	Distribución	Multiproducto, se consideran 2 servicios: agua suministrada a usuarios finales (minorista) y/o agua suministrada a clientes mayoristas

Como se detalla más adelante en la Tabla 2, diferentes formas funcionales son analizadas para representar o especificar la función de costos. La forma funcional más empleada en los estudios es la función de costos transcendental logarítmica (translog). La función de costos se halla en función del producto, precios de insumos y un vector con variables relacionadas a las características estructurales y técnicas del sector sanitario, estas variables están relacionadas con longitud de red, número de conexiones, densidad, área atendida, capacidad de utilización, etc. Se incorporan las variables técnicas para tomar en cuenta las diferencias exógenas que las firmas enfrentan a nivel individual en el ambiente de operación, tomando en cuenta las diferentes condiciones operativas y técnicas de las empresas. Por ejemplo, la inclusión de la variable tipo de fuentes indica la tecnología bajo la cual operan las empresas. Por otra parte, la inclusión



de variables como capacidad de producción, longitud de red, capacidad de bombeo, entre otras, pueden ser una representación del stock de capital de la empresa.

A continuación se da ejemplos de las diversas formas funcionales utilizadas en los estudios empíricos:

**a) Función de costos cuadrática generalizada (Hayes, 1987)**

$$C(y) = \alpha_0 + \alpha_1 y_1 + \alpha_2 y_2 + \frac{1}{2}(\alpha_{11} y_1^2 + \alpha_{22} y_2^2) + \alpha_{12} y_1 y_2 + u$$

Donde:  $y_1$  es el volumen de agua producida para venta minorista, e,  $y_2$  es el volumen de agua producida para venta al por mayor.

**b) Función de costos logarítmica lineal (Revollo y Londoño, 2008)**

$$\ln CV = \alpha_0 + \alpha_Y \ln Y + \sum_i \beta_i \ln P_i + \sum_k \gamma_k \ln Z_k + \sum_t \omega_t t$$

$$\sum \beta_i = 1$$

**c) Función de costos translog (Revollo y Londoño, 2008)**

$\ln CV$

$$\begin{aligned} &= \alpha_0 + \alpha_Y \ln Y + \sum_i \beta_i \ln P_i + \sum_k \gamma_k \ln Z_k + \frac{1}{2} \alpha_{yy} (\ln Y)^2 \\ &+ \frac{1}{2} \sum_i \sum_j \varepsilon_{ij} (\ln P_i) (\ln P_j) \\ &+ \frac{1}{2} \sum_k \sum_l \mu_{kl} (\ln Z_k) (\ln Z_l) + \sum_i \delta_{Yi} (\ln Y) (\ln P_i) + \sum_k \delta_{Yk} (\ln Y) (\ln Z_k) + \sum_t \omega_t t \end{aligned}$$



$$\sum_i \beta_i = 1; \sum_i \delta_{Yi} = 0; \sum_i \varepsilon_{ij} = 0; \sum_i \zeta_{ik} = 0; \varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}; \zeta_{ik} = \zeta_{ki}; \mu_{kl} = \mu_{lk}$$

Ecuaciones de participación de costos (Lema de Sheppard)

$$S_i = \frac{P_i X_i}{CV} = \frac{\partial \ln CV}{\partial \ln P_i} = \beta_i + \sum_j \varepsilon_{ij} \ln P_j + \delta_{Yi} \ln Y + \sum_k \xi_{ik} \ln Z_{k,t}$$

Donde:  $P_i$  son los precios de los factores (trabajo, energía y materiales),  $Y$  es el volumen anual facturado ( $m^3$ ),  $Z_k$  son las características del sector de agua potable o alcantarillado (donde la longitud red matriz es  $Z_l$  la longitud red matriz  $Z_d$  es la densidad red menor y  $Z_m$  número de municipios) y  $t$  es una variable dicotómica que representa los diferentes períodos.

**d) Función distancia en input- aproximación translog (Saal *et al.*, 2007)**

$$\begin{aligned} & -\ln x_{M,i,t} \\ & = \alpha_i + \sum_m^{M-1} \theta_m \ln \tilde{x}_{m,i,t} + \frac{1}{2} \sum_m^{M-1} \sum_n^{M-1} \gamma_{m,n} \ln \tilde{x}_{m,i,t} \ln \tilde{x}_{n,i,t} \\ & + \sum_k \chi_k \ln y_{k,i,t} + \frac{1}{2} \sum_k \sum_l \beta_{k,l} \ln y_{k,i,t} \ln y_{l,i,t} + \sum_m^{M-1} \sum_k \phi_{m,k} \ln \tilde{x}_{m,i,t} \ln y_{k,i,t} + \psi_1 t \\ & + \frac{1}{2} \psi_2 t^2 + \sum_m^{M-1} \eta_m \ln \tilde{x}_{m,i,t} t + \sum_k \kappa_k \ln y_{k,i,t} t + \sum_p \xi_p z_{p,i,t} + v_{it} - u_{it} \end{aligned}$$

Donde:  $x_m$  son los inputs con  $m = 1 \dots M$ ,  $y_k$  son los productos con  $k = 1 \dots K$ ,  $\tilde{x}_m \equiv x_m / x_M$ ,  $\sum_p \xi_p z_{p,i,t}$  es el impacto sobre los requerimientos de inputs de las  $p$  características exógenas de operación.



**e) Función de costos cúbica (Martins et al., 2006)**

$$\begin{aligned} C(y_{wm}, y_{sm}, Z_i) \\ = \beta_0 + \beta_1 y_{wm} + \beta_2 y_{sm} + \frac{1}{2} \beta_3 y_{wm}^2 + \frac{1}{2} \beta_4 y_{sm}^2 + \beta_5 y_{wm} y_{sm} + \frac{1}{3} \beta_6 y_{wm}^3 + \frac{1}{3} \beta_7 y_{sm}^3 \\ + \beta_8 y_{wm}^2 y_{sm} + \beta_9 y_{wm} y_{sm}^2 + \beta_{10} WDens_m + \beta_{11} SMeter_m + \beta_{12} Priv_m + \varepsilon_m \end{aligned}$$

Donde:  $y_w$  es el agua potable suministrada,  $y_s$  agua servida recolectada,  $WDens$  es la densidad consumidor,  $SMeter$  es el número de conexiones para alcantarillado,  $Priv$  es una variable dummy que toma valor uno si la propiedad de la empresa es privada ya sea total o parcialmente y  $m$  es el índice que identifica cada municipalidad,

Definiendo:

$$\begin{aligned} y_{ww} &= \frac{1}{2} y_w^2; y_{ss} = \frac{1}{2} y_s^2; y_{ws} = y_w y_s; y_{www} = \frac{1}{3} y_w^3; y_{sss} = \frac{1}{3} y_s^3; y_{wws} = y_w^2 y_s; y_{wss} \\ &= y_w y_s^2 \end{aligned}$$

La función de costos se redefine:

$$\begin{aligned} C(y_{wm}, y_{sm}, Z_i) \\ = \beta_0 + \beta_1 y_{wm} + \beta_2 y_{sm} + \beta_3 y_{wwm} + \beta_4 y_{ssm} + \beta_5 y_{wsm} + \beta_6 y_{wwwm} + \beta_7 y_{sssm} \\ + \beta_8 y_{wwsm} + \beta_9 y_{wssm} + \beta_{10} WDens_m + \beta_{11} SMeter_m + \beta_{12} Priv_m + \varepsilon_m \end{aligned}$$



**f) Función cuadrática generalizada de Leontief (GLQ)**

$$\begin{aligned} VC(Y, P, \bar{X}, Z) &= \sum_j \sum_i b_{ij} P_i^{1/2} P_j^{1/2} \\ &+ \sum_m \sum_i e_{mi} Y_m P_i + \sum_k \sum_i h_{ki} \bar{X}_m P_i + \sum_r \sum_i o_{ri} Z_r P_i \\ &+ \sum_i P_i \left( \sum_n \sum_m a_{nm} Y_m Y_n + \sum_m \sum_k f_{mk} Y_m \bar{X}_k + \sum_m \sum_r g_{mr} Y_m Z_r \right. \\ &\left. + \sum_k \sum_l c_{kl} \bar{X}_k \bar{X}_l + \sum_r \sum_s d_{rs} Z_r Z_s + \sum_k \sum_r q_{kr} \bar{X}_k Z_r \right) \end{aligned}$$

Ecuaciones de participación de costos

$$\begin{aligned} V_i^{SR}(Y, P, \bar{X}, Z) &= \sum_j b_{ij} \left( \frac{P_j}{P_i} \right)^{1/2} \\ &+ \sum_m e_{mi} Y_m + \sum_k h_{ki} \bar{X}_k + \sum_r o_{ri} Z_r \\ &+ \sum_n \sum_m a_{nm} Y_m Y_n + \sum_m \sum_k f_{mk} Y_m \bar{X}_k + \sum_m \sum_r g_{mr} Y_m Z_r + \sum_m \sum_r g_{mr} Y_m Z_r \\ &+ \sum_k \sum_l c_{kl} \bar{X}_k \bar{X}_l + \sum_r \sum_s d_{rs} Z_r Z_s + \sum_k \sum_r q_{kr} \bar{X}_k Z_s \end{aligned}$$

Donde:  $P_i$  son los precios de los insumos variables  $i = \text{Trabajo } (L), \text{ Electricidad } (E) \text{ y agua comprada } (P_w)$ ;  $\bar{X}_k$  y  $\bar{X}_l$  son los insumos semifijos (capacidad de almacenamiento y capacidad de tratamiento);  $m, n$  productos  $Y$  (mayorista  $Y_w$  y minorista  $Y_f$ );  $r, s$  vector  $Z$  de variables técnicas  $Z$  (% de agua proveniente de fuentes subterráneas, tamaño del área de servicio y gastos en químicos).





**Tabla 2. Formas Funcionales**

Estudio	Forma Funcional	Método de Estimación	Variables			
			Dependiente	Precios	Producto	Control o técnicas
Ashton (2003)	Translog	Mínimos cuadrados generalizados factibles (GLS) iterativo de Zellner (SUR)	Costo variable	<ul style="list-style-type: none"><li>• Trabajo</li><li>• Otros (costos de arriendo, materiales y electricidad)</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Volumen anual de agua suministrada a hogares</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Stock de capital (activos operativo totales)</li><li>• Densidad de población del área de prestación</li></ul>
Bottaso y Conti (2004)	Modelo heteroscedástico de frontera estocástica <sup>10</sup>	Máxima verosimilitud	Costo variable	<ul style="list-style-type: none"><li>• Trabajo</li><li>• Otros insumos variables</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Volumen diario de agua suministrada</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Longitud principales cañerías</li><li>• Cabeza promedio de bombeo</li><li>• % fuentes de agua proveniente de río</li><li>• % agua suministrada a consumidores no residenciales</li><li>• Stock de capital</li><li>• Densidad de población del área de prestación</li></ul>

<sup>10</sup> Toman en cuenta problemas de heterocedasticidad debido a las grandes diferencias entre las empresas. Los autores indican que adoptan un enfoque de función de costo, porque se asume que las firmas son tomadoras de precios en el mercado de insumos y el producto se halla determinado en forma exógena. Esto sería apropiado para una industria regulada, donde las firmas son jugadores relativamente pequeños en el mercado de insumos y donde requieren satisfacer la demanda de mercado a precios establecidos por el regulador.



**Tabla 2. Formas Funcionales (cont.)**

Estudio	Forma Funcional	Método de Estimación	Variables			
			Dependiente	Precios	Producto	Control o técnicas
Fabbri y Fraquelli (2000)	Loglineal; translog <sup>11</sup>	SUR iterativo	Costo total	<ul style="list-style-type: none"><li>• Trabajo</li><li>• Energía</li><li>• Capital y materiales</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Volumen anual de agua suministrada</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Número de consumidores</li><li>• Densidad (población/longitud de red)</li><li>• Costo del insumo agua</li><li>• % de costos de tratamiento</li></ul>
Filippini et al. (2008)	Translog/frontera estocástica	<ul style="list-style-type: none"><li>• Máxima verosimilitud<sup>12</sup></li><li>• GLS factible</li></ul>	Costo total	<ul style="list-style-type: none"><li>• Trabajo</li><li>• Capital</li><li>• Materiales</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Volumen de agua suministrada a clientes finales<sup>13</sup></li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Número de consumidores</li><li>• Tamaño área atendida</li><li>• Perdidas (agua introducida – agua distribuida)</li><li>• Tratamiento del agua</li><li>• Agua proveniente de fuentes superficiales</li><li>• Agua proveniente de fuentes subterráneas<sup>14</sup></li></ul>
Fraquelli y Moiso (2005)	Translog/frontera estocástica	Máxima verosimilitud	Costo total	<ul style="list-style-type: none"><li>• Trabajo</li><li>• Electricidad</li><li>• Materiales, servicios y capital</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Volumen de agua suministrada</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Longitud red</li><li>• Nivel de pérdidas (agua introducida – agua distribuida)</li><li>• Tendencia de tiempo para tomar en cuenta cambios tecnológicos</li></ul>

<sup>11</sup> Ambas funciones se estiman con y sin variables de control.

<sup>12</sup> Los autores estiman 4 modelos, la diferencia entre los mismos está dada por la diferencia de supuestos en el término de error.

<sup>13</sup> Se considera tanto clientes residenciales como no residenciales.

<sup>14</sup> Si la firma obtiene el agua de fuentes superficiales, entonces tendrá mayores costos de tratamiento. Si la fuente es subterránea, tendrá más costos asociados a perforación y bombeo.



**Tabla 2. Formas Funcionales (cont.)**

Estudio	Forma Funcional	Método de Estimación	• Variables			
			Dependiente	Precios	Producto	Control o técnicas
Garcia y Thomas (2001)	Translog	Método generalizado de momentos para panel	Costo variable	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Trabajo</li> <li>• Energía</li> <li>• Materiales(*)<sup>15</sup></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Volumen facturado(*)</li> <li>• Volumen de pérdidas(*) (diferencia entre vol. distribuido y facturado)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Número de conexiones</li> <li>• Número de comunidades locales de prestación</li> <li>• Longitud de red</li> <li>• Capacidad de producción</li> <li>• Almacenamiento</li> <li>• Capacidad de bombeo</li> </ul>
Garcia et al. (2007)	Translog	Método Generalizado de momentos/SUR iterativo	Costo variable	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Trabajo</li> <li>• Energía</li> <li>• Químicos</li> <li>• Suministros y gastos de operación</li> <li>• Mantenimiento</li> <li>• Agua comprada</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Agua vendida a empresas de distribución</li> <li>• Agua vendida a consumidores finales</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Capacidad de bombeo</li> <li>• Capacidad de energía</li> <li>• Capacidad de almacenamiento</li> <li>• Longitud de red de distribución</li> <li>• Número de usuarios</li> <li>• Tasa de retorno de la red.</li> </ul>
Hayes (1987)	Cuadrática Generalizada <sup>16</sup>	OLS	Costo total		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Volumen anual de agua producida para venta al detalle.</li> <li>• Volumen de agua producida para venta al por mayor</li> </ul>	

<sup>15</sup> (\*) Denota que la variable es endógena.

<sup>16</sup> La elección de esta forma funcional obedece a que los datos contienen información de varias firmas que producen un solo producto. Por tanto, en este caso la forma funcional translog no estaría bien definida si uno o más de los productos no fueran producidos, generándose estimadores sesgados en caso de que no se incluyeran todas las observaciones para el análisis empírico. La especificación flexible para la modelación del costo total permite diferentes comportamientos del costo total, marginal y costo medio. Además esta especificación parece ser mejor para medir economías de ámbito cuando se consideran firmas cuya producción de algunos productos es cero. También tiene ventajas con información limitada.



**Tabla 2. Formas Funcionales (cont.)**

Estudio	Forma Funcional	Método de Estimación	Variables			
			Dependiente	Estudio	Forma Funcional	Método de Estimación
limi (2008)	Translog	SUR	Costo total	<ul style="list-style-type: none"><li>• Trabajo</li><li>• Materiales de operación y mantenimiento</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Volumen de agua suministrada</li><li>• Volumen de agua servidas recolectadas</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Número de conexiones de agua</li><li>• Número de conexiones de alcantarillado</li><li>• Tipo de PPP</li></ul>
Kim y Clark (1988)	Translog	SUR iterativo	Costo total	<ul style="list-style-type: none"><li>• Trabajo</li><li>• Energía</li><li>• Capital</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Vol. diario de agua suministrada a clientes residenciales</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Capacidad utilizada</li><li>• Distancia planta de tratamiento al área de servicios</li></ul>
Kim y Lee (1998)	Translog	SUR iterativo	Costo total	<ul style="list-style-type: none"><li>• Trabajo</li><li>• Capital</li><li>• Materiales</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Volumen de agua (misma calidad) suministrada a casas, oficinas y empresas</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Densidad laboral</li><li>• Densidad población</li></ul>
Martins et al. (2006)	Función de costo cúbica <sup>17</sup>		Costo total		<ul style="list-style-type: none"><li>• Volumen de agua suministrada</li><li>• Volumen de aguas servidas recolectadas</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Densidad consumidores</li><li>• Número de conexiones alcantarillado</li><li>• Tipo de propiedad</li></ul>

<sup>17</sup> Los autores citan que además de esta forma funcional ser flexible y apropiada para la modelación de una función de costos multiproducto en ciertos contextos, la misma se escogió debido a la carencia de información sobre precios de los insumos.



**Tabla 2. Formas Funcionales (cont.)**

Estudio	Forma Funcional	Método de Estimación	• Variables			
			Dependiente	Precios	Producto	Control o técnicas
Nauges y van der Berg (2007)	Translog	SUR iterativo	Costo variable	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Trabajo</li> <li>• Energía</li> <li>• Servicios contratados externos</li> <li>• Otros</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Volumen total de agua producida por la empresa</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Longitud de red</li> <li>• Duración promedio oferta de servicios de agua potable</li> <li>• Eficiencia (vol. Total facturado/vol. Total producido)</li> <li>• % de conexiones</li> <li>• Número de comunidades atendidas</li> <li>• Número de roturas en la red que ocurrieron en un año dado</li> <li>• Población atendida</li> <li>• % de usuarios residenciales</li> </ul>
Nauges y van der Berg (2008)	Translog	SUR iterativo	Costo variable	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Trabajo</li> <li>• Energía</li> <li>• Servicios contratados externos</li> <li>• Otros</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Volumen total de agua producida por la empresa</li> <li>• Volumen total de agua servida tratada por la empresa</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Longitud de red</li> <li>• Duración promedio oferta de servicios de agua potable</li> <li>• Eficiencia (vol. Total facturado/vol. Total producido)</li> <li>• % de conexiones</li> <li>• Número de comunidades atendidas</li> <li>• Número de roturas en la red que ocurrieron en un año dado</li> <li>• Población atendida</li> </ul>



**Tabla 2. Formas Funcionales (cont.)**

Estudio	Forma Funcional	Método de Estimación	Variables			
			Dependiente	Precios	Producto	Control o técnicas
Revollo y Londoño (2008)	Log lineal, Translog <sup>18</sup>	Mínimos cuadrados generalizados factibles (GLS) iterativo de Zellner (SUR)	Costo variable	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Trabajo</li> <li>• Energía</li> <li>• Materiales y otros</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Volumen anual facturado servicios acueducto</li> <li>• Volumen anual facturado servicios alcantarillado</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Longitud red matriz</li> <li>• Densidad red menor<sup>19</sup></li> <li>• Número de municipios</li> </ul>
Saal y Parker (2000)	Translog	SUR iterativo	Costo total	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Trabajo</li> <li>• Capital</li> <li>• Materiales, energía y otros servicios</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Población residencial atendida por el sistema de acueducto ajustado por factores de calidad</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Tipo de propiedad</li> <li>• Revisión periódica de precios de la OFWAT</li> <li>• Calidad del agua</li> </ul>
Saal et al. (2007)	Función distancia en input/Translog/frontera estocástica <sup>20</sup>			Inputs: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Stock de capital</li> <li>• Trabajo</li> <li>• Otros<sup>21</sup></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Población residencial atendida por el sistema de acueducto ajustado por factores de calidad</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• % fuentes subterráneas</li> <li>• Ratio del volumen de intercambio de vertidos sobre población residencial</li> <li>• Intensidad aguas aptas para nado (bathing water)<sup>22</sup></li> <li>• % de conexiones de agua medidas</li> </ul>

<sup>18</sup> Se estimaron los modelos log lineal y translog con fines de comparación para las economías de escala. Una función de costos cuadrática se utilizó para la estimación de economías de ámbito, debido a que la función translog no está bien definida si uno o más de los productos no son producidos, esto generaría estimadores sesgados. Los autores para la estimación conjunta utilizaron empresas que prestan uno o ambos servicios. En el caso del modelo translog de acueducto y alcantarillado, se reemplazó el valor del producto cero (0) por 0.0001 para las empresas que prestan un sólo servicio.

<sup>19</sup> Se utilizó esta variable de control como una aproximación a la densidad del área de prestación.

<sup>20</sup> Los autores utilizan esta forma funcional para estimar las tasas de crecimiento de la productividad. La productividad es descompuesta para tomar en cuenta el impacto del cambio tecnológico, cambio en eficiencia y cambio en escala.

<sup>21</sup> Son los gastos corrientes operacionales menos los gastos corrientes por depreciación, gastos de renovación de infraestructura y costos no capitalizados de fuerza laboral.

<sup>22</sup> Las aguas aptas para nado (bathing waters) pueden ser aguas costeras o aguas de ríos, lagos.



**Tabla 2. Formas Funcionales (cont.)**

Estudio	Forma Funcional	Método de Estimación	Variables			
			Dependiente	Precios	Producto	Control o técnicas
Shih et al. (2004)	Loglineal/ Análisis de involucramiento de datos.		Costo Total unitario		<ul style="list-style-type: none"><li>• Producción de agua potable</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Tipo de fuente (subterránea, superficial y agua comprada a otras empresas)</li><li>• Tipo de propiedad</li></ul>
Torres y Morrison Paul (2006)	Cuadrática Generalizada de Leontief (GLQ)	Máxima verosimilitud con información completa	Costo Variable	<ul style="list-style-type: none"><li>• Trabajo</li><li>• Electricidad</li><li>• Agua comprada</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Agua suministrada a usuarios finales (minorista)<sup>23</sup></li><li>• Agua suministrada a clientes mayoristas</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Capacidad de almacenamiento</li><li>• Capacidad de tratamiento</li><li>• Número de usuarios</li><li>• Tamaño del área de servicio</li><li>• % agua distribuida de fuentes subterráneas</li><li>• Gastos en químicos</li><li>• Tipo de fuente de agua</li><li>• Pérdida del sistema (perdidas contabilizadas y no contabilizadas, i.e. evaporación y tratamiento)</li></ul>

<sup>23</sup> Variable considerada endógena. En la mayoría de los estudios (García y Thomas, 2001 es una excepción), el producto es considerado como exógeno. Aunque el monto de agua suministrada es exógeno en el sentido que las empresas deben suministrar el producto a los clientes dentro de su área de prestación de servicio, las empresas no tienen certeza sobre la cantidad de agua que será necesitada para satisfacer la demanda de una población específica. En años secos (lluviosos) las empresas por lo general tendrán que distribuir más (menos) agua dado que la demanda por parte de los consumidores finales y evaporación aumenta (baja). Las empresas deben escoger sus niveles de insumos basadas en el producto esperado, lo que hace el mismo endógeno.



Los estudios empíricos emplean diferentes medidas para estimar las economías de escala. Las medidas varían desde el inverso de la elasticidad del costo-producto, hasta fórmulas que incluyen el inverso de la suma de varias elasticidades (Ej., elasticidad del número de suscriptores o conexiones). Cuando los costos son variables, se utiliza un factor de ajuste asociado a factor de capital para estimar las economías de escala de largo plazo. En los estudios más recientes se puede observar una tendencia a utilizar medidas de escala que incluyan más de un componente asociado al tamaño (Ej., longitud de redes, número de suscriptores).

Torres y Morrison Paul (2006) señalan la importancia de considerar en forma explícita variables asociadas al tamaño de la red. Especialmente para políticas públicas enfocadas a la consolidación de servicios para el aprovechamiento de economías de escala se debe reconocer que las firmas resultantes producirán mayores volúmenes de agua pero también deberán atender un mayor número de consumidores a través de una mayor área de servicio, y esto puede conllevar costos potenciales. Se puede producir un *trade off* entre ambos componentes. Torres y Morrison Paul indican que si bien algunos estudios han atendido este asunto, las variables de referencia utilizadas no describen por completo el tamaño de la red, tampoco reflejan el tamaño actual del área de prestación o no consideran el número de usuarios. El reconocimiento directo de estas dimensiones horizontal (espacio) y vertical (consumidor) es clave. Si el tamaño y el número de consumidores no están considerados explícitamente en la función de costos, las estimaciones de las economías asociadas al suministro de agua estarán sesgadas.





**Tabla 3. Medidas de Economías de Escala**

Estudio	Definición Economías de Escala
Ashton (2003)	Aumentos en el producto trae consigo un aumento en el costo variable en una menor proporción, cuando la capacidad o el nivel de capital no se mantiene constante. Se mide como: $(1 - \varepsilon_{c,k})/\varepsilon_{c,y}$
Bottaso y Conti (2004)	Corto plazo: aumento proporcional en los costos variables derivado de un aumento proporcional en el producto y longitud de la red, manteniendo fijas todas las otras variables. Esta medido como: $1/(\varepsilon_{c,y} + \varepsilon_{c,len})$  Largo plazo: $(1 - \varepsilon_{c,k})/(\varepsilon_{c,y} + \varepsilon_{c,len})$
Fabbri y Fraquelli (2000)	En relación al producto, la medida de economía de escala esta dada por la elasticidad costo producto. Considerando el número de usuarios o consumidores, la economía de escala esta dada por la suma de la elasticidad costo producto más la elasticidad costo número de usuarios.
Filippini etal. (2008)	Economías de densidad de producto: $1/\varepsilon_{c,y}$  Economías de densidad de consumidor: $[\varepsilon_{c,y} + \varepsilon_{c,cust}]^{-1}$  Economías de escala: $[\varepsilon_{c,y} + \varepsilon_{c,cust} + \varepsilon_{c,AS}]^{-1}$
Fraquelli y Moiso (2005)	Economías de densidad de producto: $1/\varepsilon_{c,y}$  Economías de escala: $[\varepsilon_{c,y} + \varepsilon_{c,len}]^{-1}$
Garcia y Thomas (2001)	Economías de densidad de producto corto plazo: $1/\sum_i(\varepsilon_{c,y_i})$  Economías de densidad de producto largo plazo: $(1 - \varepsilon_{c,prod}) * [1/\sum_i(\varepsilon_{c,y_i})]$  Economías de densidad de consumidor corto plazo: $[\sum_i(\varepsilon_{c,y_i}) + \varepsilon_{c,cust}]^{-1}$  Economías de densidad de consumidor largo plazo: $(1 - \varepsilon_{c,prod} - \varepsilon_{c,stoc} - \varepsilon_{c,pump})/(\sum_i \varepsilon_{c,y_i} + \varepsilon_{c,cust})$  Economías de escala: $(1 - \varepsilon_{c,prod} - \varepsilon_{c,stoc} - \varepsilon_{c,pump} - \varepsilon_{c,len})/(\sum_i \varepsilon_{c,y_i} + \varepsilon_{c,cust} + \varepsilon_{c,com})$



**Tabla 3. Medidas de Economías de Escala (cont.)**

Garcia et al. (2007)	Economías de densidad de producto corto plazo: $1/\sum_i(\varepsilon_{c,y_i})$  Retornos a escala corto plazo: $[\sum_i(\varepsilon_{c,y_i}) + \varepsilon_{c,cust}]^{-1}$  Retornos a escala largo plazo: $(1 - \varepsilon_{c,prod})/(\sum_i \varepsilon_{c,y_i} + \varepsilon_{c,cust})$
Hayes (1987)	Economías de escala: $1/(\sum_i \varepsilon_{c,y_i})$
Iimi (2008)	Economías de escala globales: $1/(\sum_i \varepsilon_{c,y_i})$  Economías de densidad de consumidor: $[\sum_i(\varepsilon_{c,y_i}) + \sum_m \varepsilon_{c,cust_m}]^{-1}$
Kim y Clark (1988)	Las economías de escala globales para una firma multiproducto están dadas por el inverso de la elasticidad costo para el producto iésimo: $1/(\varepsilon_{c,y_i})$  Las economías de escala producto específicas están definidas como la relación entre el costo medio y el costo marginal <sup>24</sup>
Kim y Lee (1998)	Elasticidad costo producto  Elasticidad costo densidad poblacional  Elasticidad costo densidad laboral
Martins et al. (2006)	Economías de escala producto específicas: $SL_i = IC_i(y)/y_i MC_i(y)$  Economías de escala globales: $SL = C(y)/\sum_{i=1}^n y_i MC_i(y)$
Mizutani y Urakami (2001)	Retorno a la densidad de producto: inverso de la elasticidad costo producto: $1/(\varepsilon_{c,y})$ .  Retornos a escala: el inverso de la suma de la elasticidad costo producto más la elasticidad costo longitud de red: $1/(\varepsilon_{c,y} + \varepsilon_{clen})$ .

<sup>24</sup> Definición de Baumol, Panzar y Willig (1982).



**Tabla 3. Medidas de Economías de Escala (cont.)**

Nauges y van der Berg (2007)	<p>Retornos densidad de producción: <math>1/(\varepsilon_{c,y})</math></p> <p>Retornos densidad de consumidor: <math>1/(\varepsilon_{c,y} + \varepsilon_{c,cust})</math></p> <p>Retornos a la escala: <math>(1 - \varepsilon_{c,len})/(\varepsilon_{c,y} + \varepsilon_{c,cust})</math></p>
Nauges y van der Berg (2008)	<p>Retornos densidad de producción: <math>1/(\sum_i \varepsilon_{c,y_i})</math></p> <p>Retornos densidad de consumidor: <math>1/(\sum_i \varepsilon_{c,y_i} + \varepsilon_{c,cust})</math></p> <p>Retornos a la escala: <math>(1 - \varepsilon_{c,len})/(\sum_i \varepsilon_{c,y_i} + \varepsilon_{c,cust})</math></p>
Revollo y Londoño (2008)	<p>En general las definiciones de economías de escala utilizadas describen el comportamiento de los costos en respuesta a una variación en los productos y otras variables relacionadas con el tamaño.</p> <p>Corto plazo: <math>1/(\varepsilon_{c,y_i})</math></p> <p>Corto plazo globales: <math>1/\sum_i(\varepsilon_{c,y_i})</math></p> <p>Largo plazo: <math>(1 - \varepsilon_{c,len})/(\varepsilon_{c,y_i})</math></p> <p>Largo plazo con municipios:<sup>25</sup> <math>(1 - \varepsilon_{c,len})/(\varepsilon_{c,y_i} + \varepsilon_{cm})</math></p>
Saal y Parker (2000)	Economías de escala: $1/\sum_i(\varepsilon_{c,y_i})$
Saal et al. (2007)	Retornos a la escala: $-[1/\sum_i(\varepsilon_{c,y_i})]$
Shih et al. (2004)	Economías de escala: $(\varepsilon_{c,y})$ y $(\varepsilon_{c_i,y})$
Torres y Morrison Paul (2006)	<p>Economías de volumen (densidad de producción):<sup>26</sup> <math>\sum_i(\varepsilon_{c,y_i})</math></p> <p>Economías de densidad de consumidor: <math>\sum_i \varepsilon_{c,y_i} + \varepsilon_{c,cust}</math></p> <p>Economías de densidad espacial: <math>\sum_i \varepsilon_{c,y_i} + \varepsilon_{c,AS}</math></p> <p>Economías de tamaño: <math>\sum_i \varepsilon_{c,y_i} + \varepsilon_{c,cust} + \varepsilon_{c,AS}</math></p>

Los resultados de los estudios empíricos revisados se presentan en la Tabla 4. Los resultados dependen del modelo de costos y las características de la muestra de empresas. Se observa que

<sup>25</sup> Se considera esta medida para tener una idea del impacto del número de municipios sobre las economías de escala en el largo plazo.

<sup>26</sup> Si los efectos del tamaño de la red no están explícitamente incorporados en la función de costos, estos estarán implícitamente, pero no efectivamente capturados por las economías de volumen.



es importante tener en cuenta el tamaño de las empresas de la muestra, pues la evidencia o no de economías de escala puede estar asociada a la estructura del sector objeto de estudio de los diferentes análisis. De acuerdo a los resultados, se puede observar una tendencia donde, como es de esperarse, las economías de escala disminuyen a medida que aumenta el producto.

**Tabla 4. Resultados Encontrados en la Literatura**

Estudio	Medida	Economías de Escala	Tamaño Promedio (1000 m <sup>3</sup> /año)	Comentarios
Ashton (2003)	<ul style="list-style-type: none"><li>• Largo plazo, producto</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• 0,9633</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• 57.536</li></ul>	Leve presencia de deseconomías de escala
Bottaso y Conti (2004)	<ul style="list-style-type: none"><li>• Corto plazo</li><li>• Largo plazo</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• 1,45 a 1,73<sup>27</sup></li><li>• Los resultados sugerirían que las empresas estarían caracterizadas por costos medios variables con forma aproximada de U con respecto al tamaño</li></ul>		Los resultados de largo plazo deben tomarse con cautela, debido a que el modelo no cumple con las condiciones que garantizan que las medidas de elasticidad de largo plazo correspondan a las derivadas de la función de costo total.

<sup>27</sup> Considerando los tres modelos estimados. Debido a la introducción de las variables técnicas se estiman tres modelos. El primer modelo, únicamente incorpora la variable longitud principales cañerías, el segundo modelo además de incorporar la longitud, considera la cabeza promedio de bombeo y finalmente en el tercer modelo se incorporan todas las variables de control.



**Tabla 4. Resultados Encontrados en la Literatura (cont.)**

Estudio	Medida	Economías de Escala	Tamaño Promedio (1000 m3/año)	Comentarios
Fabbri y Fraquelli (2000)	<ul style="list-style-type: none"><li>• Producto:<ul style="list-style-type: none"><li>○ Vol. Mínimo</li><li>○ Vol. promedio</li><li>○ Vol. Máximo</li></ul></li><li>• Producto y número de conexiones:<ul style="list-style-type: none"><li>○ Vol. Mínimo</li><li>○ Vol. Promedio</li><li>○ Vol. máximo</li></ul></li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Producto:<ul style="list-style-type: none"><li>○ 14,32</li><li>○ 1,58</li><li>○ 0,94</li></ul></li><li>• Producto y número de conexiones:<ul style="list-style-type: none"><li>○ 2,38</li><li>○ 0,99</li><li>○ 0,68</li></ul></li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• 350</li><li>• 18.860</li><li>• 393.960</li></ul>	La forma funcional translog con inclusión de variables de control sería la mejor. Los resultados que se presentan en esta tabla corresponden a ese modelo. La evidencia en economías de escala depende de la forma funcional que se adopte y de la inclusión de variables técnicas o de control. Las funciones log lineal y translog sin variables de control sugieren leves economías de escala.
Filippini etal. (2008)	<ul style="list-style-type: none"><li>• Producto</li><li>• Producto y conexiones</li><li>• Producto, conexiones, área</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• 3,042 (min) - 3,874 (max)</li><li>• 1,286 (min) - 1,313 (max)</li><li>• 1,030 (min) - 1,088 (max)</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• 2.299</li></ul>	Se presentan importantes economías de escala para compañías pequeñas. Las economías de escala también están presentes para las compañías de tamaño medio. Sin embargo, para compañías grandes se evidencia deseconomías de escala.



**Tabla 4. Resultados Encontrados en la Literatura (cont.)**

Estudio	Medida	Economías de Escala	Tamaño Promedio (1000 m3/año)	Comentarios
García y Thomas (2001)	<ul style="list-style-type: none"><li>• Producto:<ul style="list-style-type: none"><li>○ Corto plazo</li><li>○ Largo plazo</li></ul></li><li>• Producto y conexiones<ul style="list-style-type: none"><li>○ Corto plazo</li><li>○ Largo plazo</li></ul></li><li>• Producto, conexiones, representación del capital y comunidades</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Producto:<ul style="list-style-type: none"><li>○ 1,1417</li><li>○ 1,2090</li></ul></li><li>• Producto y conexiones<ul style="list-style-type: none"><li>○ 1,0499</li><li>○ 0,8723</li></ul></li><li>• 1,0016</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• 554.758</li></ul>	<p>Para el promedio de la muestra, no se puede rechazar la hipótesis nula de que los retornos son constantes (<math>H_0=1</math>).</p> <p>Los autores realizan una clasificación de las empresas de acuerdo a tres criterios: i) volumen, donde los retornos a la escala son crecientes pero no significativos para los volúmenes más bajos; ii) número de consumidores por km., en este caso los retornos no son significativamente diferentes de uno; iii) número de comunidades que atiende la empresa, las economías de escala son importantes pero no significativas para una comunidad, pero estas bajan al pasar de 2 a 5 comunidades, para más de 5 comunidades no hay significativas diseconomías de escala.</p>



**Tabla 4. Resultados Encontrados en la Literatura (cont.)**

Estudio	Medida	Economías de Escala	Tamaño Promedio (1000 m <sup>3</sup> /año)	Comentarios
Garcia et al. (2007)	<ul style="list-style-type: none"><li>• Empresa no integrada [producción]-Producto</li><li>• Empresa no integrada [distribución]<ul style="list-style-type: none"><li>○ producto</li><li>○ producto y conexiones</li><li>○ producto, conexiones y capital</li></ul></li><li>• Empresa integrada<ul style="list-style-type: none"><li>○ producto</li><li>○ producto y conexiones</li><li>○ producto, conexiones y capital</li></ul></li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• 0,9875</li><li>• Empresa no integrada [distribución]<ul style="list-style-type: none"><li>○ 0,9143</li><li>○ 1,1852</li><li>○ 1,1913</li></ul></li><li>• Empresa integrada<ul style="list-style-type: none"><li>○ 1,5839</li><li>○ 1,4029</li><li>○ 1,1668</li></ul></li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• 20.438</li><li>• 2.629</li><li>• 1.587</li></ul>	Una empresa integrada promedio está caracterizada por economías de escala a corto y largo plazo. La empresa promedio no integrada para la etapa de producción muestra retornos constantes. Las empresas pequeñas presentan economías de escala, las cuales bajan al aumentar la producción. La empresa promedio no integrada para la etapa de distribución también presenta retornos constantes en el corto plazo.
limi (2008)	<ul style="list-style-type: none"><li>• Producto</li><li>• Producto y conexiones</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• 1,149</li><li>• 1,214</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• 26.937 acueducto</li><li>• 16.658 alcantarillado</li></ul>	La elasticidad costo de la producción de agua (0,769) es más alta que la del tratamiento de aguas servidas (0,101). Para el promedio de la muestra existen economías globales de escala y economías de densidad de consumidor. Economías de escala tienden a disminuir rápidamente a medida que la producción aumenta. Cuando el nivel de oferta de agua supera los 400 millones de m <sup>3</sup> se dan deseconomías. <sup>28</sup> La velocidad de disminución de las economías de densidad de consumidor es menor comparada a las de escala.

<sup>28</sup> Con estos resultados, los autores dan una posible política en términos cuantitativos, no habrían argumentos para licitar operaciones de agua que superen un suministro anual de agua de 400 millones de m<sup>3</sup>. Para aumentar la competencia en los procesos de licitación, se debería considerar la posibilidad de dividir las operaciones en varios contratos.



**Tabla 4. Resultados Encontrados en la Literatura (cont.)**

Estudio	Medida	Economías de Escala	Tamaño Promedio (1000 m <sup>3</sup> /año)	Comentarios
Kim y Clark (1988)	<ul style="list-style-type: none"><li>• Producto global</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• 0,99</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• 43.208</li></ul>	Las economías de escala globales no son significativas para el promedio de la muestra. Las firmas pequeñas presentan economías de escala (1.33), mientras que las grandes presentan deseconomías (0.88). El suministro de agua para clientes no residenciales presenta considerables economías de escala. En el suministro residencial se dan deseconomías.
Kim y Lee (1998)				Presencia de economías de escala (1,24-1,26) para la mayoría de las firmas que atienden la zona metropolitana de Seúl.
Mizutani y Urakami (2001)	<ul style="list-style-type: none"><li>• Producto</li><li>• Producto y longitud de red</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• 1,103</li><li>• 0,921</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• 66.620</li></ul>	<p>En esta tabla se reportan los resultados del modelo translog con variables de control. Las economías de densidad en el promedio no son significativas. Se presentan deseconomías de escala tanto en el promedio como cuando se consideran diferentes tamaños de organización.</p> <p>El tamaño óptimo de una empresa de suministro de agua sería: i) población aproximada 766.000 consumidores; ii) volumen 261.984 miles de m<sup>3</sup> y iii) 1,221 km de red.</p>





**Tabla 4. Resultados Encontrados en la Literatura (cont.)**

Estudio	Medida	Economías de Escala	Tamaño Promedio (1000 m <sup>3</sup> /año)	Comentarios
Nauges y van der Berg (2007)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Corto plazo:               <ul style="list-style-type: none"> <li>○ producto</li> <li>○ producto y conexiones</li> </ul> </li> <li>• Largo plazo</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Brazil:               <ul style="list-style-type: none"> <li>○ 1,389</li> <li>○ 1,077</li> </ul> </li> <li>• 0,990</li> <li>• Colombia:               <ul style="list-style-type: none"> <li>○ 1,688</li> <li>○ 1,068</li> </ul> </li> <li>• 1,112</li> <li>• Moldova:               <ul style="list-style-type: none"> <li>○ 1,498</li> <li>○ 1,332</li> </ul> </li> <li>• 1,264</li> <li>• Vietnam:               <ul style="list-style-type: none"> <li>○ 1,549</li> <li>○ 1,248</li> </ul> </li> <li>• 1,158</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Brazil – 395.000</li> <li>• Colombia – 22.000</li> <li>• Moldova – 4.000</li> <li>• Vietnam – 13.000</li> </ul>	Retornos a la escala crecientes para Colombia, Moldova y Vietnam. Para Brazil no se puede rechazar la hipótesis de retornos constantes a escala. Cuando se considera por tamaño de la empresa, nuevamente para Brazil no se puede rechazar los retornos constantes. Colombia presenta significativas economías en todos los rangos. Moldova, las economías se dan para empresas pequeñas. Vietnam presenta importantes economías de escala para empresas pequeñas.
Torres y Morrison Paul (2006)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Producto</li> <li>• Producto y conexiones</li> <li>• Producto y área</li> <li>• Producto, conexiones y área</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 0,58 (1,72)</li> <li>• 1,07 (0,93)</li> <li>• 0,74 (1,35)</li> <li>• 1,23 (0,81)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 33.228</li> </ul>	Significativas economías de escala en volumen, especialmente para empresas pequeñas. Sin embargo, estas economías están contrarrestadas por un aumento simultáneo en el número de consumidores y el tamaño del área servida, especialmente para grandes empresas. Los ahorros en costos provenientes de mayores niveles de producción son insuficientes para compensar las deseconomías de distribución de agua a un número mayor de consumidores a través de una mayor área de servicio.



**Tabla 4. Resultados Encontrados en la Literatura (cont.)**

Revollo y Londoño (2008)	<ul style="list-style-type: none"><li>• Acueducto:<ul style="list-style-type: none"><li>○ Corto plazo</li><li>○ Largo plazo</li><li>○ Largo plazo con municipios</li></ul></li><li>• Alcantarillado<ul style="list-style-type: none"><li>○ Corto plazo</li><li>○ Largo plazo</li><li>○ Largo plazo con municipios</li></ul></li><li>• Multiproducto<ul style="list-style-type: none"><li>○ Corto plazo</li><li>○ Largo plazo</li><li>○ Largo plazo con municipios</li></ul></li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Acueducto:<ul style="list-style-type: none"><li>○ 1,69</li><li>○ 1,31</li><li>○ 0,95</li></ul></li><li>• Alcantarillado<ul style="list-style-type: none"><li>○ 1,82</li><li>○ 1,61</li><li>○ 1,23</li></ul></li><li>• Multiproducto<ul style="list-style-type: none"><li>○ 2,01</li><li>○ 1,39</li><li>○ 0,92</li></ul></li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• 18.900 acueducto</li><li>• 19.300 alcantarillado</li></ul>	En esta tabla solo se reportan los resultados del modelo translog. Los resultados de los modelos log-lineal y translog son muy similares y consistentes. Se estimaron economías de escala tomando en cuenta el tamaño de las empresas. <sup>29</sup> Existirían economías de escala de corto y largo plazo tanto en acueducto como en alcantarillado para las empresas clasificadas como pequeñas y medianas. En el caso de las empresas grandes, en general, se presentan deseconomías de escala. Por otro lado, las economías de escala aumentan a medida que aumenta el número de municipios, para dos municipios estas son constantes. A partir de dos municipios, las economías de escala aumentan, presentando rendimientos marginales decrecientes.
Saal y Parker (2000)	<ul style="list-style-type: none"><li>• Producto</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• 0,83 – 0,88</li></ul>	nd	Para el promedio de la muestra
Saal et al. (2007)	<ul style="list-style-type: none"><li>• Producto</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• 0,861</li></ul>	nd	Para una empresa promedio

<sup>29</sup> Las empresas se clasificaron en tres grupos: pequeñas (menores o iguales a 10.000 suscriptores), medianas (entre 10.001 y 99.999 suscriptores) y grandes (mayores o iguales a 100.000 suscriptores).



**Tabla 4. Resultados Encontrados en la Literatura (cont.)**

Estudio	Medida	Economías de Escala	Tamaño Promedio (1000 m <sup>3</sup> /año)	Comentarios
Torres y Morrison Paul (2006)	<ul style="list-style-type: none"><li>• Producto</li><li>• Producto y conexiones</li><li>• Producto y área</li><li>• Producto, conexiones y área</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• 0,58 (1,72)</li><li>• 1,07 (0,93)</li><li>• 0,74 (1,35)</li><li>• 1,23 (0,81)</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• 33.228</li></ul>	Significativas economías de escala en volumen, especialmente para empresas pequeñas. Sin embargo, estas economías están contrarrestadas por un aumento simultáneo en el número de consumidores y el tamaño del área servida, especialmente para grandes empresas. Los ahorros en costos provenientes de mayores niveles de producción son insuficientes para compensar las deseconomías de distribución de agua a un número mayor de consumidores a través de una mayor área de servicio.



### 3. PROPUESTA METODOLOGICA

#### 3.1 Teoría Económica Subyacente: Minimización del Costo a Largo Plazo

El problema de minimización del costo a largo plazo de la empresa consiste en formular un plan (una combinación de factores) que minimice el costo de producir un nivel de producción específico durante algún periodo de tiempo lo suficientemente amplio como para que todos los factores se puedan considerar variables. Se supone que la empresa puede comprar factores, o vender los que ya posee, a un precio constante positivo, de manera que el costo total que se busca minimizar es  $\sum p_i z_i$ , donde  $p_i$  representa los precios de los factores productivos y  $z_i$  las cantidades de materias primas consumidas por la empresa. Se supone también que la función de producción que condiciona la minimización es estrictamente cuasi-cóncava y dos veces continuamente diferenciable. El problema de minimización del costo a largo plazo es:

$$\begin{aligned} & \min_{z_1, \dots, z_n} \sum p_i z_i \\ & \text{s.a.} \\ & (i) f(z_1, \dots, z_n) \geq y \\ & (i) z_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, n \end{aligned} \tag{1}$$

donde  $y$  es el nivel de producción requerido. La función de LaGrange de (1) viene dada por:

$$L = \sum p_i z_i + \lambda [y - f(z_1, \dots, z_n)] \tag{2}$$



Las condiciones de primer orden para un mínimo de  $L$  son:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial z_i} &= p_i - \lambda f_i = 0 \quad i = 1, \dots, n \\ (3) \quad \frac{\partial L}{\partial \lambda} &= y - f(z_1, \dots, z_n) = 0 \end{aligned}$$

Escribiendo las condiciones para  $z_i$  como  $p_i = \lambda f_i$ , y dividiendo la condición  $i$ -ésima por la  $j$ -ésima, obtenemos:

$$(4) \quad \frac{p_i}{p_j} = \frac{f_i}{f_j} \quad j = 1, \dots, n, \quad j \neq i$$

El cociente de los precios de los factores es igual al cociente de los productos marginales. Reordenando esta expresión se obtiene:

$$\frac{p_i}{f_i} = \frac{p_j}{f_j} \quad j = 1, \dots, n, \quad j \neq i$$

que es una condición necesaria para minimizar el costo.

De la misma forma, en términos de (3), el valor óptimo de  $\lambda$  es la tasa a la cual aumenta el valor optimizado de la función objetivo a medida que aumenta el parámetro de la restricción. En (1) la función objetivo es el costo total y el parámetro de la restricción es la producción, de manera que el valor óptimo de  $\lambda$  es la tasa a la cual aumenta el costo



cuando aumenta la producción, es decir, el costo marginal a largo plazo (CML) de forma que:

$$\lambda = \frac{\partial C}{\partial y} = CML$$

donde C es el valor mínimo de  $\sum p_i z_i$ . Esta interpretación se ve respaldada si escribimos las condiciones (3) como:

$$(5) \quad \frac{p_1}{f_1} = \dots = \frac{p_n}{f_n} = \lambda = CML$$

De aquí se tiene que  $f_i$  es el producto marginal de  $z_i$ : la tasa a la cual aumenta y cuando aumenta  $z_i$ .  $\frac{1}{f_i}$  es la tasa a la cual debe aumentar  $z_i$  para que aumente y; es aproximadamente el número de unidades necesarias de  $z_i$  para aumentar y en una unidad.  $p_i$  es el costo de una unidad adicional de  $z_i$ . Entonces,  $p_i$  veces  $\frac{1}{f_i}$  es el costo de aumentar la producción de y en una unidad aumentando el factor  $z_i$ . La interpretación es análoga para  $\frac{p_i}{f_i} \quad \forall i=1, \dots, n$ . Cuando se minimizan los costos, la empresa puede incrementar y aumentando cualquiera de las cantidades de las materias primas consumidas por la empresa  $z_i$ , indistintamente.

Cuando los factores se eligen de manera óptima, el efecto sobre el costo total es el mismo, sea cual sea el factor que se modifica para aumentar la producción en una unidad. Entonces,  $\frac{p_i}{f_i} = \frac{p_j}{f_j} = CML$ , es el costo marginal a largo plazo en el que incurre



la empresa para aumentar su producción: la tasa a la cual aumenta el costo a medida que aumenta y cuando se minimiza el costo para cada nivel de  $y$ , y todos los factores son variables. Esta es la definición clásica de Eficiencia Económica. Una combinación de factores es eficiente económicamente cuando hace mínimo el costo de producción de un producto determinado. La eficiencia económica implica eficiencia técnica, la cual, a su vez, implica eficiencia de producción, pero no se cumple ninguna de las implicaciones inversas.

### 3.2 La Función de Costos

Los niveles de factores que hacen mínimo el costo y que resuelven (1) son las *demandas condicionadas de factores* y son funciones de los precios de los factores y del nivel de producción requerido:

$$(6) \quad z_i^* = z_i(p_1, \dots, p_n, y) = z_i(p, y)$$

Las demandas de los factores dependen de la producción de la empresa, así que una explicación completa de las demandas de factores de la empresa debe incluir una teoría de su elección del nivel de producción. Los resultados que obtenemos de la minimización del costo de producción óptima de la empresa sea mínimo.

La función de costo relaciona el costo mínimo en el que incurre la empresa con los precios de los factores y con la producción:

$$(7) \quad C = \sum p_i z_i^* = pz(p, y) = C(p, y)$$

De (7) se deduce que las propiedades de  $z(p, y)$  y  $C(p, y)$  están claramente relacionadas.

Entre las propiedades de las funciones de costos de la empresa se tienen las siguientes:



- $C(p, y)$  es creciente en  $y$ , y no decreciente en  $p$ ;
- $C(p, y)$  es linealmente homogénea en  $p$ :  $C(kp, y) = kC(p, y)$ ;
- $C(p, y)$  es continua y cóncava en  $p$ ;

- El lema de Shephard;  $\frac{\partial C(p, y)}{\partial p_i} = z_i(p, y)$ .

Consideremos la función:

$$(8) \quad G(p, p^0, y) = C(p, y) - pz(p^0, y) \leq 0$$

Esta expresión no puede ser positiva, porque  $z(p^0, y)$  es la combinación de factores que hace mínimo el costo para los precios de los factores  $p^0$  y no puede tener un costo de producción y más pequeño para ningún otro vector de precios  $p$  que la combinación de factores  $z(p, y)$ , que es la que hace mínimo el costo para  $p$ . Sin embargo, para  $p = p^0$ ,  $z(p^0, y)$  es óptimo, el costo de la función es  $C(p^0, y) = p^0 z(p^0, y)$  y  $G(p^0, p^0, y) = 0$ . Así que  $G(p, p^0, y)$  se maximiza con respecto a  $p$  para  $p = p^0$ . Por tanto, para  $p = p^0$  las derivadas parciales de  $G$  con respecto a  $p_i$  deben ser iguales a cero:

$$\left. \frac{\partial G(p, p^0, y)}{\partial p_i} \right|_{p=p_i} = \left. \frac{\partial C(p, y)}{\partial p_i} \right|_{p=p_i} - z(p^0, y) = 0$$

Dado que  $C_i(p^0, y) = z_i(p^0, y)$  debe cumplirse para todo  $p^0$ , hemos probado el lema de Shephard.





La función de costo es útil ya que contiene toda la información económicamente relevante acerca de la tecnología de la empresa que hace mínimo el costo de producción. Si conocemos las funciones de costo, podemos descubrir la combinación de factores que minimiza el costo  $z(p,y)$  de cualquier nivel de producción  $y$  a cualquier precio  $p$  utilizando el lema de Shephard. Así, se puede encontrar un conjunto de combinaciones de factores que se pueden usar para producir  $y$ ; dado que sabemos que la minimización del costo implica que la empresa es eficiente desde el punto de vista de la producción, este conjunto debe ser un subconjunto de la isocuanta que indica el nivel de producción de  $y$ . Pueden haber otras combinaciones de factores que también estén sobre la isocuanta  $y$  pero como no hacen mínimo el costo *para ningún* no son económicamente relevantes: ninguna empresa que minimice el costo los elegiría.

### 3.3 Economías de Escala

La *elasticidad del costo respecto a la producción* es una medida de la sensibilidad del costo a los cambios en la producción. Se define como el cambio proporcional en el costo dividido por el cambio proporcional en la producción:

$$(9) \quad E_y^c = \frac{\partial \ln C(p,y)}{\partial \ln y} = C_y(p,y) \frac{y}{C(p,y)}$$

Recordando que el costo medio de largo plazo CMeL es equivalente a:  $C/y$ ; y que el costo marginal de largo plazo CML es equivalente a:  $\frac{\partial C}{\partial y} = C_y$ , se tiene que (9) es igual a:

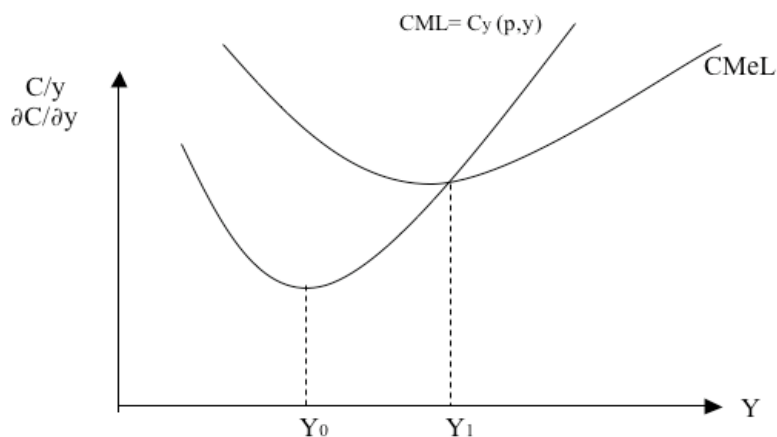
$E_y^c = \frac{CML}{CMeL}$ . Se dice que la función de costos tiene *economías de escala* si:

$E_y^c = \frac{CML}{CMeL} < 1$  y *deseconomías de escala* si  $E_y^c = \frac{CML}{CMeL} > 1$ . Dado que  $CML < CMeL$



implica que CMeL es decreciente en  $y$ , existen economías de escala cuando la curva CMeL es decreciente. A la inversa, existen deseconomías, cuando la curva CMeL es creciente.

**Gráfico 1: Curvas de Costo Medio y Marginal de Largo Plazo**



En el gráfico 1 se aprecia que existen economías de escala hasta  $Y_0$ , y deseconomías a partir de ese punto. Debe notarse que la relación que existe entre la producción y los costos depende de la tecnología subyacente.

### 3.4 Homoteticidad y la Función de Costos

Una función de producción homotética puede escribirse de la forma  $g(z) = F(f(z))$  donde  $F' > 0$  y  $f(z)$  es linealmente homogénea. Con una función de producción homotética, la proporción de factores que minimiza el costo es independiente del nivel de producción requerido, de manera que, si  $z(p, y^0)$  produce la cantidad  $y^0$  a un costo mínimo,  $s(y)z(p, y^0)$  producirá una cantidad  $y$  a un costo mínimo.  $s(y)$  es el cambio



proporcional en la cantidad de factores necesario para producir  $y$ , y por lo tanto  $C(p, y) = s(y)C(p, y^0)$ . Pero  $F(s(y)f(z(p, y^0))) = y$  lo cual implica que:

$$s(y)f(z(p, y^0)) = F^{-1}(y) = a(y)$$

donde  $a(y) = F^{-1}(y)$  es la inversa de  $F(\cdot)$ . Por tanto, el costo de producir  $y$  es:

$$(10) \quad C(p, y) = s(y)C(p, y^0) / f(z(p, y^0)) = a(y)b(p)$$

donde  $b(p) = C(p, y^0) / f(z(p, y^0))$ . Así, si la función de producción es homotética, entonces la función de costo puede escribirse de la forma  $C(p, y) = a(y)b(p)$ .

Las funciones homogéneas son homotéticas, de manera que se puede comprobar fácilmente que, cuando la función de producción es homogénea de grado  $n$ ,  $a(y)$  tiene la forma  $y^{1/n}$ . En especial, si la función de producción es linealmente homogénea, el costo es directamente proporcional a la producción dado que un aumento proporcional en la producción requiere el mismo aumento proporcional en la cantidad de factores utilizada. De aquí se tiene que:

$$(11) \quad E_y^c = \frac{1}{E}$$

es decir que *la elasticidad del costo con respecto a la producción es la inversa de la elasticidad de escala si la función de producción es homotética*. Dado que, si la función de producción es homotética, la proporción de factores que minimiza el costo no varía con la producción, los cambios en la producción sólo necesitan de cambios de escala.



Por eso, la relación que existe entre el costo y la producción depende sólo de la relación que existe entre la producción y la escala. El costo varía proporcionalmente con la escala, pero la producción puede modificarse proporcionalmente más o menos que la escala. Por ejemplo, con rendimientos creciente ( $E > 1$ ), los costos varían proporcionalmente menos que la producción y se tendrán economías de escala  $E_y^c < 1$ .

### 3.5 Implementación Econométrica: La Especificación Translog

La función de costo Translog no-homotética puede interpretarse como una aproximación de segundo orden de Taylor en logaritmos de una función de costos arbitraria. Funciones no-homotéticas son muy generales, ya que a sus razones de demanda de materias primas, que minimizan los costos, se les permite depender del nivel de producción; mientras que a las funciones homotéticas, las demandas de materias primas relativas son independientes del nivel de producción. La función de costo Translog no-homotética se puede escribir como sigue:

$$(12) \ln C = \ln \alpha_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i \ln p_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} \ln p_i \ln p_j + \alpha_Y \ln y + \frac{1}{2} \gamma_{YY} (\ln y)^2 + \sum_{i=1}^n \gamma_{iY} \ln p_i \ln y$$

donde  $\gamma_{ij} = \gamma_{ji}$ . Para que una función de costos esté bien especificada de acuerdo a la teoría económica, entre otras cosas debe ser homogénea de grado 1 en precios, dado  $y$ . Esto implica las siguientes restricciones a la ecuación (12):

$$(13) \quad \sum_{i=1}^n \alpha_i = 1 \quad \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} = \sum_{j=1}^n \gamma_{ji} = \sum_{j=1}^n \gamma_{iY} = 0$$



Un número de restricciones a los parámetros puede ser impuesta a la función de costo Translog, correspondiente a restricciones adicionales sobre la tecnología subyacente. Para que la función de costo Translog sea homotética es necesario y suficiente que  $\gamma_{iy} = 0 \quad \forall i = 1, \dots, n$ . Homogeneidad de un grado constante con respecto a la producción ocurre si, en adición a estas restricciones de homoteticidad,  $\gamma_{YY} = 0$ ; en este caso el grado de homogeneidad es  $\frac{1}{\alpha_Y}$ . Retornos constantes de escala de la función de producción dual ocurren cuando, en adición a las restricciones de homoteticidad y homogeneidad,  $\alpha_Y = 1$ . Finalmente, la función translog se reduce a la función de Cobb-Douglas de retornos constantes de escala cuando, en adición a las restricciones antes mencionadas, se impone  $\gamma_{ij} = 0, i, j = 1, \dots, n$ .

Se podría estimar directamente la función de costos translog, tal como se presenta en (12), sin embargo se podría ganar en eficiencia si se estiman las ecuaciones minimizadores de costos de *demandas condicionadas de factores*, transformadas aquí en ecuaciones de participación de costos (*cost share equations*). Si se deriva logarítmicamente la ecuación (12) con respecto a los precios de los insumos y se emplea el Lema de Shephard (recordar análisis de la sección 3.2) se obtiene la ecuación de participación de costos (no insumo-producto) de la forma:

$$(14) \quad \frac{\partial \ln C}{\partial \ln p_i} = \frac{p_i}{C} \frac{\partial C}{\partial p_i} = \frac{p_i z_i}{C} = \alpha_0 + \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} \ln p_j + \gamma_{iY} \ln y$$

donde  $\sum_{i=1}^n p_i z_i = C$ . Definiendo las ecuaciones de participación de costos (*cost share equations*) como  $s_i = \frac{p_i z_i}{C}$ , se tiene que:



$$\sum_{i=1}^n S_i = 1$$

Esta condición de sumatoria del sistema de ecuaciones (14) tiene importantes implicancias para la estimación econométrica.

Consideremos una función de costos de tres factores (K, L, E), ya teniendo la forma translog (12). En este caso las ecuaciones de participación de costos para los 3 factores son:

$$(15) \quad \begin{aligned} S_k &= \alpha_k + \gamma_{KK} \ln p_k + \gamma_{KL} \ln p_L + \gamma_{KE} \ln p_E + \gamma_{KY} \ln y \\ S_L &= \alpha_L + \gamma_{LK} \ln p_k + \gamma_{LL} \ln p_L + \gamma_{LE} \ln p_E + \gamma_{LY} \ln y \\ S_E &= \alpha_E + \gamma_{EK} \ln p_k + \gamma_{EL} \ln p_L + \gamma_{EE} \ln p_E + \gamma_{EY} \ln y \end{aligned}$$

En ausencia de restricciones de simetría hay 15 parámetros a estimar, 5 en cada una de las 4 ecuaciones de participación. Cuando las 4 condiciones de simetría son impuestas a las ecuaciones ( $\gamma_{KL} = \gamma_{LK}, \gamma_{KE} = \gamma_{EK}, \gamma_{LE} = \gamma_{EL}, \gamma_{KL} = \gamma_{LK}$ ) el número de parámetros cae a 11.

Como vimos en la revisión de la teoría económica subyacente a este modelo econométrico, se requiere que la función translog sea también homogénea de grado 1 en los precios de los factores. En el modelo de una función de costos de tres factores (K, L, E) que estamos desarrollando, las restricciones correspondientes a (13) son:



$$(16) \quad \begin{aligned} \alpha_K + \alpha_L + \alpha_E &= 1 \\ \gamma_{KK} + \gamma_{KL} + \gamma_{KE} &= 0 \\ \gamma_{KL} + \gamma_{LL} + \gamma_{LE} &= 0 \\ \gamma_{KE} + \gamma_{LE} + \gamma_{EE} &= 0 \\ \gamma_{KY} + \gamma_{LY} + \gamma_{EY} &= 0 \end{aligned}$$

Para implementar este sistema de ecuaciones de participación de costos es necesario especificar un enfoque estocástico. Para ello adicionaremos un término de error aleatorio  $u_i$  a cada ecuación de participación,  $i = K, L, E$ , y asumiremos que el vector resultante de errores  $u = \{u_K, u_L, u_E, u_M\}$  es multivariado normalmente distribuido con vector de media cero y matriz de covarianza  $\Omega^*$ .

En lo que sigue nos enfocaremos en estimar los parámetros de las ecuaciones de participación de costos (15) y consideraremos errores aditivos que son multivariados y normalmente distribuidos con vector de media cero y matriz de covarianza  $\Omega^*$  constante. El sistema de ecuaciones de participación de costos de (14) o (15) posee una propiedad especial en la que por cada observación, la suma de las variables dependientes (la participación de costos) de todas las ecuaciones es igual a 1. De aquí si hay  $n$  ecuaciones de participación de factores, solo  $n-1$  de ellas son linealmente independientes. Esto tiene implicancias en términos del modelamiento econométrico. Dado que las participaciones siempre suman 1 y solo  $n-1$  de esas ecuaciones de compensación son linealmente independientes, para cada observación la suma de los errores de las ecuaciones debe siempre sumar cero. Esto implica que la matriz de covarianza  $\Omega^*$  de los errores es singular y no-diagonal. Una manera de resolver este problema de singularidad es eliminar una ecuación de manera arbitraria y entonces estimar las restantes  $n-1$  ecuaciones de participación usando un estimador de Máxima



Verosimilitud (ML) o iterando el procedimiento de Zellner (1962) de “*Seemingly Unrelated Regressions*”.

Eliminando la ecuación correspondiente al factor E en nuestro sistema de ecuaciones de participación, los parámetros a estimar en las ecuaciones K y L serían:

$$(17) \quad \begin{aligned} S_k &= \alpha_k + \gamma_{KK} \ln\left(\frac{p_K}{p_E}\right) + \gamma_{KL} \ln\left(\frac{p_L}{p_E}\right) + \gamma_{KY} \ln y \\ S_L &= \alpha_L + \gamma_{KL} \ln\left(\frac{p_K}{p_E}\right) + \gamma_{LL} \ln\left(\frac{p_L}{p_E}\right) + \gamma_{LY} \ln y \end{aligned}$$

### 3.6 Estimación de Elasticidades de Sustitución

Las elasticidades parciales de sustitución Hicks-Allen entre factores  $i$  y  $j$  para una función de costos  $C$  teniendo  $n$  factores se puede calcular como sigue:

$$(18) \quad \sigma_{ij} = \frac{CC_{ij}}{C_i C_j}$$

Aplicando (18) a nuestra función de costos translog obtenemos:

$$(19) \quad \sigma_{ij} = \frac{\gamma_{ij} + S_i S_j}{S_i S_j}, \quad i, j = 1, \dots, n, \quad \text{con } i \neq j$$

$$\sigma_{ii} = \frac{\gamma_{ii} + S_i^2 - S_i}{S_i^2}, \quad i, j = 1, \dots, n$$





### 3.7 Estimación de Elasticidades de Precios

Dado que las elasticidades de precio son  $\varepsilon_{ij} = S_j \sigma_{ij}$ , se tiene que para la función de costos translog, las elasticidades de precios se calculan como sigue:

$$(20) \quad \varepsilon_{ij} = \frac{\gamma_{ij} + S_i S_j}{S_i}, \quad i, j = 1, \dots, n, \quad \text{con } i \neq j$$
$$\varepsilon_{ii} = \frac{\gamma_{ii} + S_i^2 - S_i}{S_i^2}, \quad i, j = 1, \dots, n$$

### 3.8 Estimación de Economías de Escala

La función de costo translog, tal como se especifica en ecuación (12), es de una forma general no-homotética, lo que implica que los retornos a escala no se restringen a priori. Las economías de escala se definen típicamente en términos de los aumentos relativos en la producción resultante de un aumento proporcional en todos los factores. Hanoch (1975) señala que es más apropiado representar las economías de escala usando la relación entre costo total y producción a lo largo de la ruta de expansión, donde los precios de los factores son constantes y los costos se minimizan en cada nivel de producción. De aquí, las economías de escala se pueden obtener calculando las elasticidades de costos con respecto a la producción, en otras palabras, un aumento proporcional en los costos resultante de un pequeño aumento en el nivel de producción. Las economías de escala (SCE) pueden definirse como una unidad menos esta elasticidad:

$$(21) \quad SCE = 1 - \frac{\partial \ln C}{\partial \ln Y}$$



Esto resulta en números positivos para economías de escala y números negativos para diseconomías de escala. Además, SCE tiene una interpretación natural en términos de porcentajes. En particular, para la función translog se tiene que:

$$(22) \quad SCE = 1 - \left( \alpha_y + \gamma_{YY} \ln y + \sum_j \gamma_{Yj} \ln p_j \right)$$

Un problema potencial con la estimación de economías de escala es que los parámetros  $\alpha_y$  y  $\gamma_{YY}$  no aparecen en las ecuaciones de participación, y de aquí que estos parámetros no pueden ser estimados usando sólo las ecuaciones de participación (14) o (15). Por lo tanto para estimar retornos a escala, se debe adicionar al sistema de ecuaciones de participación (17) la función de costos translog (12). En este caso será necesario imponer las restricciones de simetría y homogeneidad en (16) sobre la ecuación de la función de costos.

### 3.9 Estrategia de Estimación e Implementación

El sistema de ecuaciones formado por las ecuaciones de participación (17) y la función de costos translog (12) puede ser estimado ya sea usando una técnica de Máxima Verosimilitud (ML) o iterando el procedimiento de Zellner (1962) de “*Seemingly Unrelated Regressions*”. En particular, en este trabajo se utilizó este último procedimiento programando el sistema de ecuaciones en Eviews 6.0.



## 4. BASE DE DATOS

En esta sección se presenta una breve descripción de la base de datos usada como insumo para el modelo de costos translog presentado en la sección previa. En particular, a continuación se discute como se implementó el sistema de ecuaciones formado por las ecuaciones de participación (17) y la función de costos translog (12) en términos de la construcción de las variables de cantidad y precios de los factores productivos involucrados en los procesos asociados al ciclo sanitario.

### 4.1 Construcción de la Base de Datos

La fuente básica de información requerida fue la Superintendencia de Servicios Sanitarios (SISS). En particular, se obtuvo información respecto de los costos incurridos en las diferentes etapas del ciclo sanitario establecido, llámese producción, distribución, recolección y tratamiento, entre los períodos 2003-2007 ambos inclusive y por empresa prestadora del servicio.

La información fue entregada en la forma de un archivo denominado internamente Sistema de Costos y Gastos (SCOGA), el cual es una planilla de cálculo que contempla los siguientes campos de datos:

- Empresa, que identifica a la unidad básica que asume los procesos contemplados dentro del ciclo sanitario.
- Período, el cual corresponde al año en que las empresas reportaron la información de costos y gastos a la SISS y comprende desde el 2002 hasta el 2007.



- Recurso, que comprende a los factores productivos capital, trabajo y energía.
- Instalación genérica, que describe cada uno de los procesos operacionales dentro de cada una de las etapas del ciclo sanitario
- Ítem, que comprende cada una de las actividades dentro de la instalación genérica.

Con esta base de datos se generó por cada período el gasto incurrido por cada empresa sanitaria en términos de todos los recursos típicamente utilizados en una instalación genérica especificada (gastos que están asociados a los factores productivos: trabajo, capital y energía), según sea el ítem considerado.

Además se utilizó información referencial de los informes de gestión publicados por la SISS entre los años 2003 y 2007, respecto a los volúmenes de agua potable producidos y distribuidos, estimaciones tanto de los volúmenes recolectado como tratado en plantas, más el factor trabajo utilizado en los procesos.

Del mismo modo, se recolectó información referida a las longitudes de red de agua potable y aguas servidas que disponen las empresas en el período señalado.

Dada la información disponible, se descartó por recomendación de profesionales de la SISS el año 2002, debido a que en ese período existió un vacío en la información reportada, debido a diferentes cambios en las empresas existentes en ese entonces. Además, el número de empresas a considerar se redujo a 18 en los dos primeros períodos y a 24 en los tres últimos debido a la carencia de información relativa a los costos y/o niveles de producción reportados por las firmas.



En el SCOGA no se registró por parte de las empresas información relativa a las operaciones administrativas separadas por etapa productiva, por lo que no se pudo identificar la correspondencia del gasto desagregado. De aquí que en lo que respecta a operaciones administrativas se consideran, de manera agregada, todas las etapas del ciclo sanitario.

De esta manera y tal como se señaló anteriormente, fue posible disponer de la data de manera consistente con el sistema de ecuaciones formado por las ecuaciones de participación (17) y la función de costos translog (12) las que finalmente posibilitaron calcular las economías de escala a nivel de la industria y de forma individual para cada firma, por período y en la operación de cada una de las etapas del ciclo sanitario.

De manera adicional, se clasificaron a las empresas participantes en tres categorías, de acuerdo al número de clientes que ellas dispongan, según las estipulaciones de la SISS. Luego, las empresas que se consideraron en el estudio, así como su tamaño corresponden a:

**Mayores:** Aguas Andinas, ESSBIO.

**Medianas:** ESVAL, Aguas Nuevo Sur Maule, Aguas Araucanía, SMAPA, ESSAL y Aguas del Valle.

**Menores:** Aguas de Antofagasta, Aguas del Altiplano, Aguas Cordillera, Aguas Chañar, Aguas Magallanes, Aguas Décima, Aguas Patagonia de Aysén, SERVICOMUNAL, Aguas Manquehue, Aguas Los Dominicos, SERVILAMPA, COOPAGUA, Aguas San Pedro, Aguas Santiago, ESSA y ASP.

Las últimas seis empresas fueron incorporadas posteriormente en el año 2005, dado que en los periodos previos aun no existían o no existía información suficiente. Así



mismo, se unificaron los nombres de las empresas que cambiaron de razón social en los períodos.

Una vez determinados las cantidades de los factores productivos, se procedió a calcular sus correspondientes precios, de manera de ser consistentes con el modelo planteado en la sección anterior.

#### **4.1.1 Determinación de precio de los factores**

Por cada etapa definida del ciclo sanitario, se estimó el precio de los factores productivos que intervienen en el proceso correspondiente. La carencia de información específica llevó a que para energía, capital y trabajo se esgrimieran ciertos supuestos con el fin de determinar una aproximación a sus valores.

En efecto, la estimación del precio de la energía implicó asumir el costo de precio nudo promedio anual ( $\$/KWH$ ), según el sistema de conexión al cual perteneciese la firma. Dado que se disponía de información acerca del costo total en dicho factor, el consumo pudo ser determinando dividiendo el gasto en pesos nominales del año por el costo de precio nudo promedio anual ( $\$/KWH$ ). La información fue obtenida de los documentos públicos de la Comisión Nacional de Energía.

El precio del factor trabajo se estimó dividiendo el costo total de todos los ítems relacionados a sueldos y salarios, por el número de trabajadores de planta y honorarios en cada período considerado para cada firma. La información sobre el número de trabajadores totales de planta de obtuvo de los informes de gestión anuales del sector sanitario.

En el caso del capital, se procedió de acuerdo a la metodología utilizada por la SISS en donde la tasa de costo de capital equivale a la tasa interna de retorno promedio



ofrecida por el Banco Central de Chile, para sus instrumentos reajustables en moneda nacional de plazo igual o mayor a ocho años, más un premio por riesgo que no podrá ser inferior al 3% ni superior a 3,5%. Se establece que dicho valor no será menor al 7%.

Luego, de acuerdo al porcentaje de facturación de cada firma, adicionado con el premio por riesgo el cual depende del tamaño de la empresa, se estima el precio de la tasa de capital. Se estimó que dado que las empresas más grandes tienen un menor costo de capital en relación a las pequeñas, la tasa sería de un 7% para estas, de un 7,25% para las medianas y de un 7,5% para las pequeñas.

Debe considerarse en ese sentido de que las empresas deben escoger el nivel de producción de acuerdo a la demanda que deban satisfacer por ley a los precios regulados, con lo que las firmas no maximizan beneficios de acuerdo al nivel de producción. En ese sentido las decisiones se realizan por el lado de la optimización de los niveles de insumos, dado además que los beneficios de la firma están asociados a la tasa de costo de capital regulado por la SISS.

Consecuentemente, el valor total del capital se calcula restando todos los gastos incurridos en otros factores y dividiendo el resultado por el precio del capital determinado.

## **4.2 Análisis Descriptivo de variables incluidas en el modelo**

A continuación discutimos brevemente evolución y tendencia de las variables que intervienen en el modelo, en cuanto a sus parámetros de dispersión y de tendencia central. Además de los factores productivos se considera el volumen facturado anual por firma.



#### 4.2.1 Factor Energía

De acuerdo a la ubicación geográfica de las firmas se asumió que el precio de la energía correspondía al precio nudo que las empresas distribuidoras entregan a sus clientes, de acuerdo a las tarifas establecidas. Se establecieron 4 zonas de provisión, en donde los valores reales en pesos de diciembre de 2008 por kilowatt hora se presentan en la siguiente tabla:

**Tabla 5. Evolución del precio del factor Energía por año y proveedor (\$reales diciembre 2008)**

Año	SIC	SING	Aysen	Magallanes
2003	28.6	28.8	59.6	50.0
2004	30.0	28.4	55.2	45.1
2005	34.5	27.8	66.4	45.3
2006	37.9	32.9	72.9	44.1
2007	49.2	45.2	73.4	43.8

Fuente: Elaboración Propia basado en información pública de la CNE

En términos reales existió un fuerte incremento en el precio para el Sistema Interconectado Central (SIC) y el Sistema Interconectado del Norte Grande (SING) en el período 2006-2007, con expansiones del 30 y 37%, respectivamente. Por su parte el Sistema Eléctrico de Aysén experimento su mayor alza en el período 2004-2005 con un 20%, mientras que Magallanes ha manifestado bajas sistemáticas a partir del 2005. En términos comparativos, en promedio Aysén presenta los mayores costos por kilowatt hora (\$65,5/KWH), mientras que el SING exhibe los precios más bajos con \$32,6/KWH.

La pertenencia de las empresas es mayoritariamente al SICV, el cual abarca desde Tal Tal en la segunda región hasta Chiloé, con lo que sólo Aguas del Altiplano y de Antofagasta pertenecen al SING, mientras que Patagonia suministra el insumo desde el sistema de Aysén y Aguas de Magallanes del sistema eléctrico Magallanes. Se asume además que el proveedor de energía eléctrica es por todos los períodos bajo estudio. A continuación



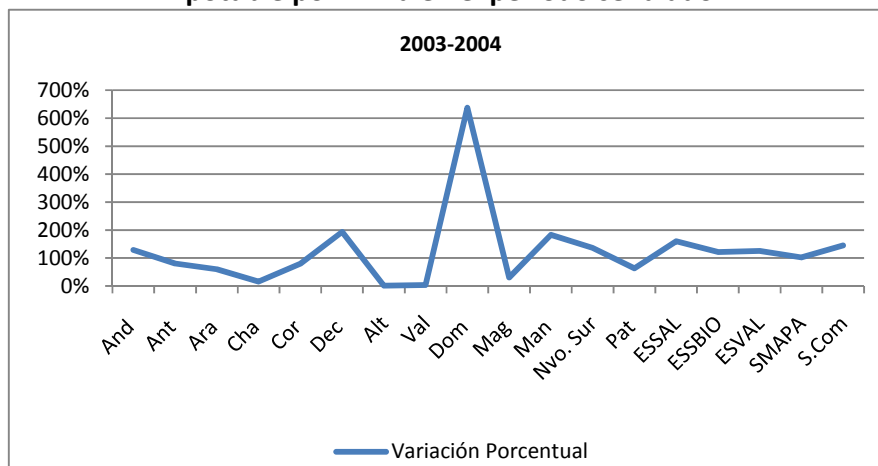


presentamos la descripción de los factores productivos trabajo y energía, así como de la variable volumen de agua potable producido y distribuido. Este análisis se realiza para todas las firmas bajo estudio en *la etapa de producción*.

#### 4.2.2 Factor Trabajo

La fuerza de trabajo ha evolucionado de forma importante en el período bajo estudio, de acuerdo a las cifras reportadas por la SISS, tal como lo muestra el gráfico 2. En dicho gráfico se consideran cifras que contemplan tanto a los operarios contratados, como a los tercerizados, todos los cuales constituyen el factor trabajo, dentro de la función de costos.

**Gráfico 2. Variación porcentual del factor trabajo en la etapa de producción de aguas potable por firma en el período señalado**



Fuente: Elaboración Propia basado en información pública de la SISS

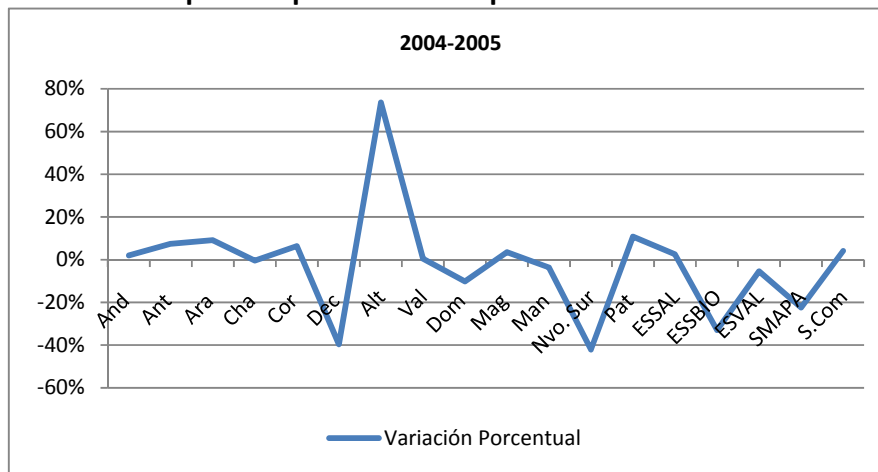
Entre los años 2003 y 2004 la empresa que mayor incremento sostuvo en el factor trabajo fue Aguas Los Dominicos, quien aumento un 638%, seguida por Aguas Décima, Manquehue, Nuevo Sur y Andinas, quienes se expandieron en el mismo período en un 193, 183, 139 y 129%, respectivamente. Por otro lado, las firmas Del Altiplano y del Valle



mantienen prácticamente el mismo número de operarios, dado que manifiestan crecimientos marginales del orden del 1 y 4%, respectivamente.

Estos cambios se manifiestan principalmente por la fuerte movilidad del sector contratado a honorarios, dado que los contratados no presentan mayores modificaciones en el mismo período al compararse con los servicios externalizados.

**Gráfico 3. Variación porcentual del factor trabajo en la etapa de producción de aguas potable por firma en el período señalado**

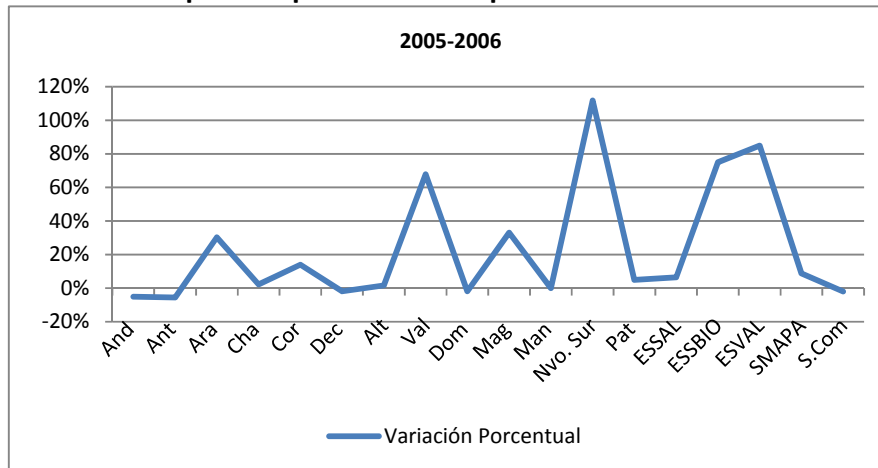


Fuente: Elaboración Propia basado en información pública de la SISS

A partir del período 2004-2005, la mayoría de las empresas presenta variaciones leves en su fuerza de trabajo, a excepción de Aguas del Altiplano que se expande en el 2005 a un 74%, en relación al año anterior. Por otro lado, existen algunas firmas que experimentan contracciones en el factor trabajo, tales como Nuevo Sur y Aguas Décima, quienes caen en un 42 y 40%, respectivamente, junto con ESSBIO y SMAPA, las que reducen su fuerza laboral en 33 y 22% cada una.



**Gráfico 4. Variación porcentual del factor trabajo en la etapa de producción de aguas potable por firma en el período señalado**

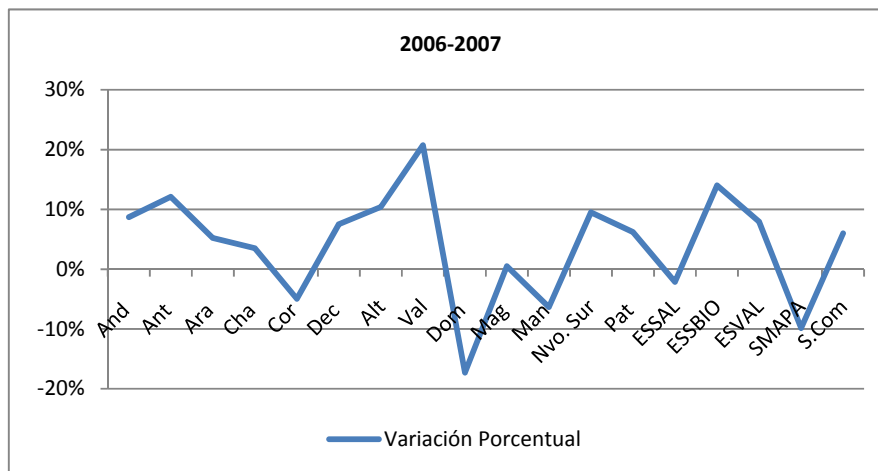


Fuente: Elaboración Propia basado en información pública de la SISS

En el año 2006 se producen fluctuaciones en la firma Aguas del Valle, Nuevo Sur, ESSBIO y ESVAL que implican crecimientos superiores al 60% de la fuerza laboral, en relación al año anterior. Incrementos más moderados presentan tanto Aguas de la Araucanía como de Magallanes, con alzas del orden del 30% en cada firma. Por el contrario, las firmas Aguas Andinas, Antofagasta, Dominicos, Décima y Servicomunal exhiben leves contracciones en su fuerza de trabajo, mientras que el resto se mantiene en niveles de variación que no superan el 15%.

Analizando según el tipo de contrato en la fuerza laboral, los tercerizados presentan mayores variaciones que los contratados, en donde en promedio se produce un incremento del 82% versus sólo un alza del 2% en los empleados de planta. Ello explica las grandes variaciones en las firmas anteriores cuando se considera la fuerza laboral agregada.

**Gráfico 5. Variación porcentual del factor trabajo en la etapa de producción de aguas potable por firma en el período señalado**



Fuente: Elaboración Propia basado en información pública de la SISS

En este período de comparación se manifiestan las menores fluctuaciones la fuerza de trabajo en relación a los lapsos anteriores. En efecto, el mayor incremento se produce para la empresa Aguas del Valle, en donde el alza apenas llega al 20%, mientras que la mayor caída se produce para Aguas Dominicos la cual no alcanza al 20%.

Ello es consistente con la variación de los tercerizados donde sólo se produce en promedio un alza del 4%, similar a la que exhiben los empleados con contrato que corresponde al 2%.

#### 4.2.3. Volumen Producido

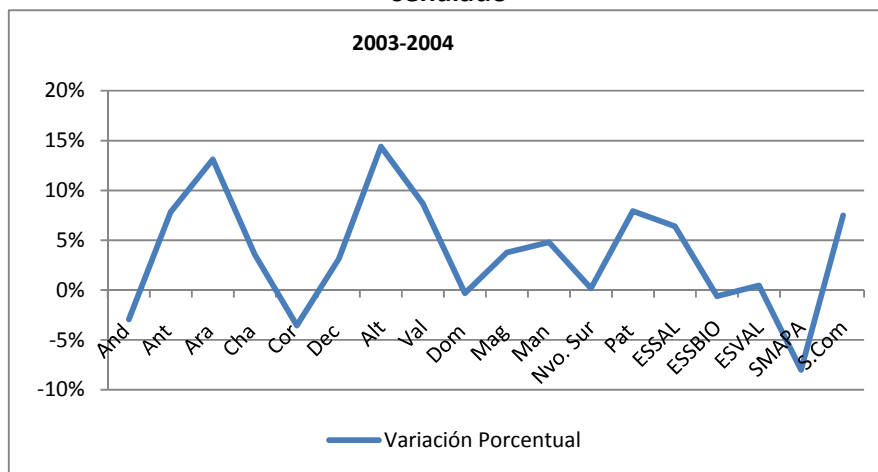
De acuerdo a la definición de la SIIS, la facturación en volumen de metros cúbicos da cuenta de forma directa de los niveles de operación de las empresas sanitarias, y sus variaciones mensuales representan el comportamiento de los clientes, que se ve afectado por las variaciones climáticas y, en alguna medida por los precios. Tales volúmenes además se incrementan de acuerdo al crecimiento de la población.



Se presentan a continuación los cambios experimentados por la producción y distribución de agua potable, reflejados en los volúmenes producidos y facturados, respectivamente.

Las variaciones experimentadas por las empresas en el período completo bajo estudio se presentan en los siguientes gráficos.

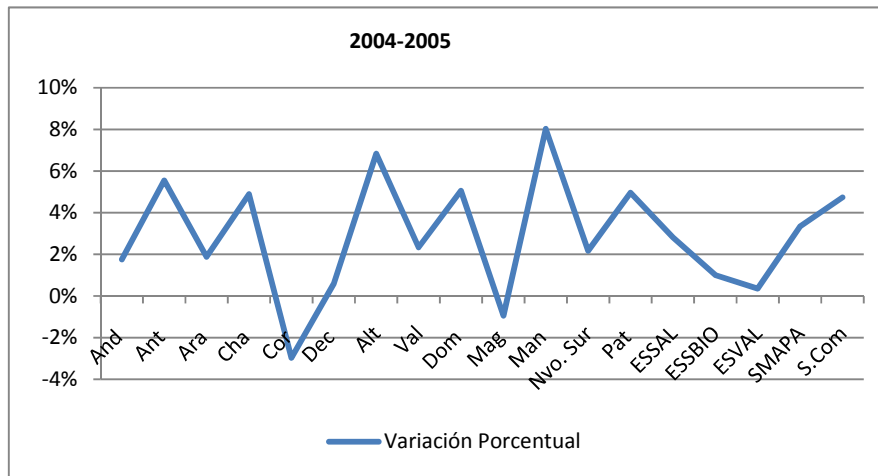
**Gráfico 6. Variación porcentual de producción de agua potable por firma en el período señalado**



Fuente: Elaboración Propia basado en información pública de la SISS

En el período 2003-2004 se registra la mayor variación para las firmas Aguas Araucanía y del Altiplano, las cuales incrementan su producción en el período en un 13 y 14%, respectivamente. El resto de las empresas tienen variaciones marginales o moderadas, destacando por otro lado la caída de SMAPA que presenta una contracción del orden del 8%.

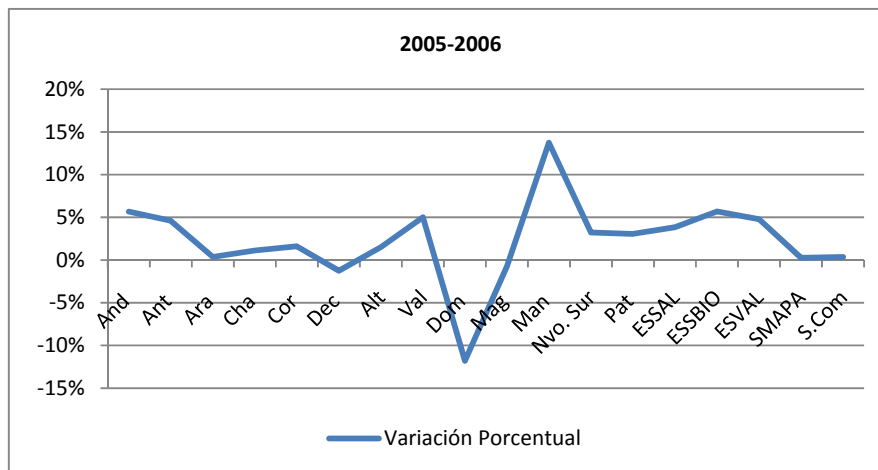
**Gráfico 7. Variación porcentual de producción de agua potable por firma en el período señalado**



Fuente: Elaboración Propia basado en información pública de la SISS

En el período 2004-2005 se presentan caídas marginales en la variación del volumen de agua potable producido para las firmas Cordillera y Magallanes. El resto de las empresas presenta variaciones nulas o marginales.

**Gráfico 8. Variación porcentual de producción de agua potable por firma en el período señalado**



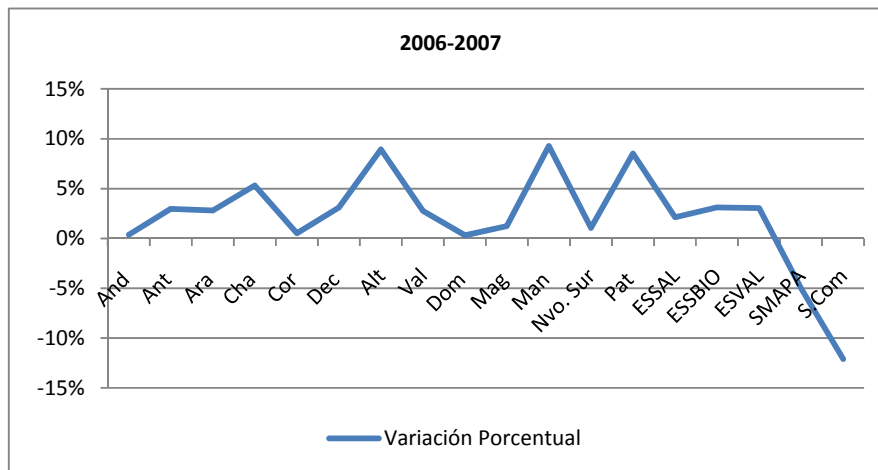
Fuente: Elaboración Propia basado en información pública de la SISS

Se manifiesta un crecimiento cercano al 15% para la firma Manquehue, la cual es la unidad que registra la mayor expansión en el período. Por el contrario, Dominicos



presenta la caída más grande del conjunto de empresas presentes en la muestra, con una contracción del orden del 12%. El resto de la firmas presentan variaciones nulas o marginales con sentido positivo.

**Gráfico 9. Variación porcentual de producción de agua potable por firma en el período señalado**



Fuente: Elaboración Propia basado en información pública de la SISS

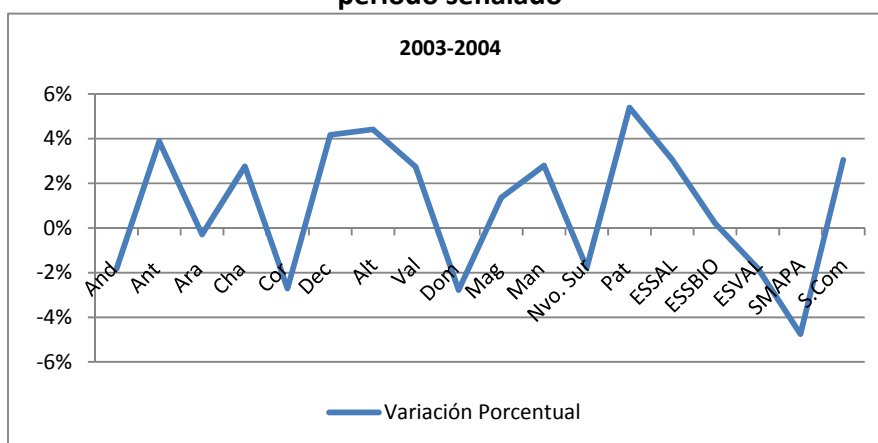
En el último período de comparación, se producen expansiones en la producción de agua potable que llevan a que los incrementos sean leves a moderados, inferiores al 10%, con las excepciones de SMAPA y Servicomunal, las que reducen su producción en relación al año anterior en el orden de 5 y 12%, respectivamente. La mayor expansión es para Servilampa, la cual crece en el 2006 un 128% al compararse con el año anterior, mientras que Aguas del Altiplano, Patagonia de Aysén y Manquehue registran alzas en el volumen producido del orden del 9%. Dominicanos tiene un crecimiento nulo, lo cual es consistente con la tendencia manifestada en todos los períodos anteriores en donde experimento sólo un lapso de crecimiento marginal y el resto de contracciones en la producción.



#### 4.2.4. Volumen Facturado

Este indicador revela el consumo real que ha sido distribuido a los beneficiarios y que se cancela en la cuenta mensual por el servicio. La evolución en cada período se presenta en los siguientes gráficos. Se diferencia del volumen producido debido a que existen pérdidas durante su distribución, las que son variables según sea la firma que produce y distribuye el servicio.

**Gráfico 10. Variación porcentual de distribución de agua potable por firma en el período señalado**

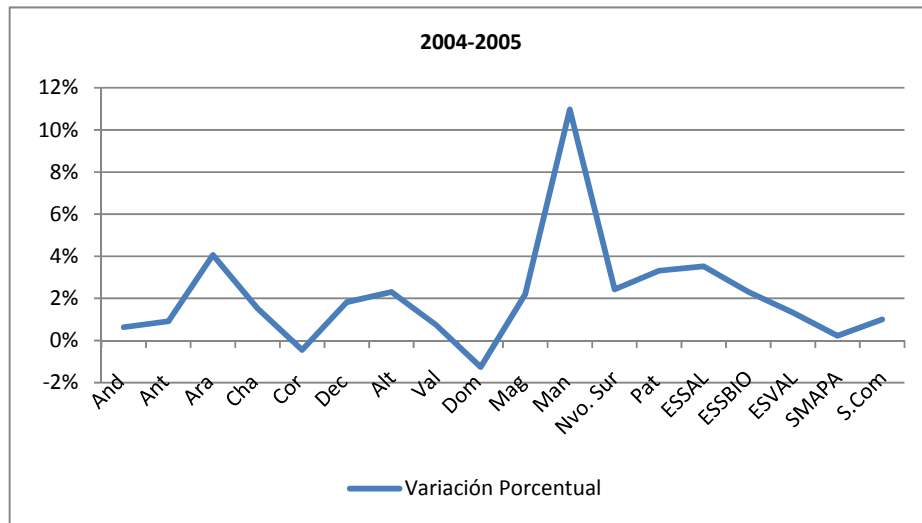


Fuente: Elaboración Propia basado en información pública de la SISS

En este período de comparación, se registra una tendencia similar a la exhibida en la producción, con excepción de la firma Araucanía, la cual tiene un crecimiento moderado en el período 2003-2004, a diferencia de lo sucedido con el volumen producido en el mismo lapso, el cual experimentó un nulo crecimiento. El resto de las firmas mantienen la consistencia en la trayectoria de evolución, o bien las discrepancias entre etapas son marginales.

**Gráfico 11. Variación porcentual de distribución de agua potable por firma en el período señalado**



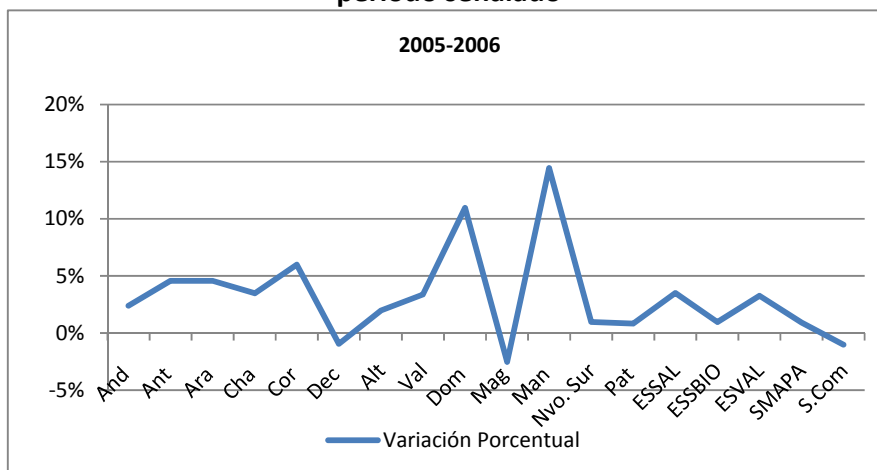


Fuente: Elaboración Propia basado en información pública de la SISS

Se mantiene la misma trayectoria que en la etapa de producción para todas las firmas con excepción de Cordillera y Magallanes, aunque las diferencias son menores. Ello se explica debido a que las variaciones en una etapa fueron nulas o presentaron cambios marginales en la evolución, por lo que al compararse con la otra etapa que manifestó similar comportamiento pero en sentido inverso, lleva a que el sentido del cambio sea también opuesto.



**Gráfico 12. Variación porcentual de distribución de agua potable por firma en el periodo señalado**

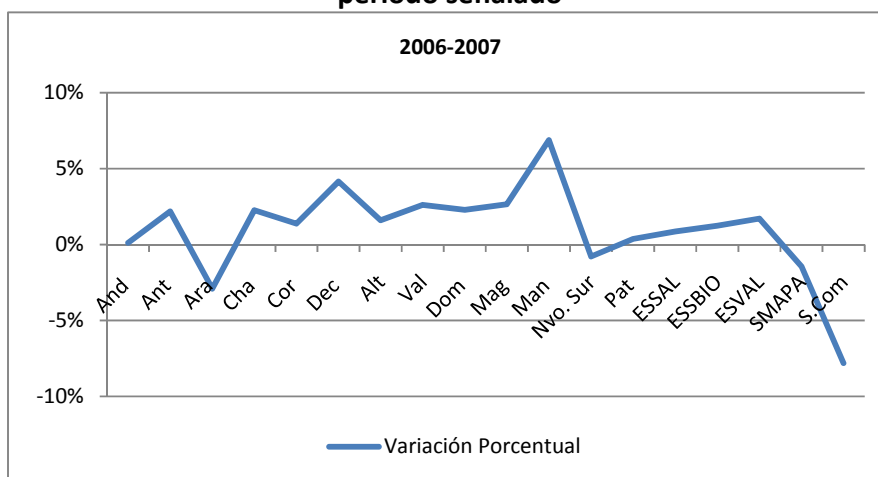


Fuente: Elaboración Propia basado en información pública de la SISS

Al igual que en los períodos anteriores, la mayor parte de las empresas se comportan de acuerdo a la tendencia que se presentaba en la etapa de producción, con excepción de Dominicos. Esta empresa presenta en esta etapa una expansión moderada del orden del 11%, a diferencia de lo registrado en producción, donde en el mismo período existía una caída en valor absoluto de similar orden de magnitud a la señalada.



**Gráfico 13. Variación porcentual de distribución de agua potable por firma en el periodo señalado**



Fuente: Elaboración Propia basado en información pública de la SISS

Finalmente, la tendencia evolutiva en el período 2006-2007, con las salvedades de las firmas SMAPA y Servicomunal, es similar a la que presentó la etapa de producción. En la distribución, la firma que mayor cambio presenta el 2007 en relación al año anterior es Aguas Manquehue, con un monto cercano al 7%.

En cuanto a las etapas de recolección y tratamiento, no existen registros de los volúmenes con que se ha operado. En ese sentido, sólo puede disponerse de aproximaciones establecidas en los procesos tarifarios e informes de gestión de cada año involucrado, o por evidencia empírica de personal experto que trabaja en el sector. En todo caso, existe una fuerte correlación con los volúmenes que se han distribuido, siendo además esta variable una proxy en el modelo que determinará posteriormente las economías de escala.



## 5. RESULTADOS

En esta sección se presentan los resultados obtenidos a partir de la estimación de la función de costos translog (12) y de las ecuaciones de participación (17), los parámetros necesarios para calcular las economías de escala, elasticidad de sustitución entre los factores capital-trabajo y la elasticidad precio cruzada de estos mismos factores. Analizaremos los resultados tanto a nivel de industria como de empresas individuales, en todas las etapas del ciclo sanitario.

### 5.1 Etapa de Producción

Esta instancia comprende los procesos que se establecen desde la etapa de captación del recurso agua no sometida a ningún tipo de tratamiento y susceptible de ser potabilizada, su conducción hacia las plantas de purificación que la dejan en condiciones de potabilidad y otras actividades que la dejen con los requerimientos suficientes para ser distribuidas a la población.

#### 5.1.1 Economías de Escala Etapa de Producción

De forma de tener un perfil del comportamiento de las firmas en los años extremos del período total considerado, presentamos en la siguiente tabla las estimaciones de las economías de escala, los volúmenes de agua potable producida y los costos medios de producción de cada firma en el 2003, 2005 y 2007, respectivamente. Los coeficientes estimados son presentados en el anexo.



**Tabla 6. Economías de escala de las firmas seleccionadas del sector sanitario, etapa de producción**

Firma	2003	2005	2007	2003	2005	2007	2003	2005	2007
	SCE	SCE	SCE	Volumen (miles de m <sup>3</sup> ANUAL)	Volumen (miles de m <sup>3</sup> ANUAL)	Volumen (miles de m <sup>3</sup> ANUAL)	CME (\$/1000 m <sup>3</sup> )	CME (\$/1000 m <sup>3</sup> )	CME (\$/1000 m <sup>3</sup> )
ANDINAS	0.698	0.965	1.040	560,020	553,043	586,642	13,056	10,310	11,050
ANTOFAGASTA	0.953	0.843	0.874	33,562	38,207	41,153	175,923	112,834	150,013
ARAUCANIA	0.834	1.005	1.040	48,838	56,283	58,068	42,698	29,669	31,427
CHAÑAR	0.909	0.961	1.027	22,318	24,246	25,819	26,088	40,421	56,101
CORDILLERA	0.829	0.950	1.002	72,608	67,944	69,394	29,624	26,870	32,359
DECIMA	1.138	0.872	0.866	9,373	9,725	9,899	17,559	21,193	25,639
DEL ALTIPLANO	0.855	1.105	1.109	37,601	45,952	50,822	71,555	61,578	71,139
DELVALLE	0.920	0.966	1.017	37,397	41,588	44,881	56,514	31,316	38,663
DOMINICOS	1.126	0.906	0.908	6,271	6,567	5,810	22,038	35,052	39,876
MAGALLANES	1.162	0.880	0.865	10,804	11,106	11,159	40,977	33,312	24,863
MANQUEHUE	1.008	0.955	0.964	6,916	7,830	9,734	45,733	45,194	42,273
NUEVOSUR	0.897	1.048	1.080	57,157	58,502	61,025	26,986	26,522	28,663
PATAGONIA	1.109	0.887	0.899	6,045	6,848	7,658	114,406	79,736	85,789
ESSAL	0.913	1.074	1.096	41,505	45,402	48,156	38,827	39,099	36,637
ESSBIO	0.854	1.125	1.147	181,619	182,309	198,655	23,371	28,233	30,125
ESVAL	0.862	1.101	1.130	144,969	146,161	157,830	28,869	27,462	30,635
SMAPA	0.879	1.078	1.100	83,862	79,732	75,941	43,900	49,395	54,292
SERVICOMUNAL	1.062	1.019	1.021	7,378	8,306	7,327	28,093	38,935	51,120
COOPAGUA		0.915	0.902		1,417	1,719		228,146	182,633
SANPEDRO		0.919	0.831		1,659	1,802		105,807	46,682
SANTIAGO		0.841	0.923		618	1,949		73,529	110,746
ASP		0.857	0.840		2,083	978		51,254	38,342
SERVILAMPA			0.931			1,127			83,695
ESSA			0.851			2,363			45,630

Fuente: Elaboración Propia

Apreciamos los volúmenes totales producidos en los períodos señalados para las firmas escogidas varían desde 1,368 y 1,479 millones de m<sup>3</sup> anuales. El 50% de las firmas



disminuyeron sus costos medios entre el 2003 y 2007, mientras que sólo el 27% de las que pueden ser comparadas lo hizo entre el 2005 y el último año de evaluación.

Las economías de escala de las firmas individuales se calcularon mediante la evaluación de la ecuación (12) en los niveles de precios de los factores promedio con la producción como variable independiente.

Para las firmas que pueden ser comparadas, existe una similar disponibilidad para el aprovechamiento de las economías de escala en los últimos dos períodos, lo que implica estas entidades han mantenido casi constante el margen para agotar completamente los retornos a escala.

En el gráfico 14 se presentan las curvas estimadas del logaritmo del costo medio que enfrenta una empresa típica en función del volumen distribuido, la cual se estima implementando la ecuación (12) en forma simultánea con las ecuaciones de participación (17).

Una vez obtenida la forma funcional, se exogenizan todas las variables diferentes al volumen (el cual es la variable independiente), asignándose a los precios de los factores productivos los promedios correspondientes respecto al precio de la energía. Por empresa típica nos referimos a una firma que cumpla con las características promedio de las etapas del servicio sanitario a nivel nacional y que además para un rango de producción, mantiene los precios de los factores en sus valores promedio.

El gráfico que se presenta a continuación permite observar de manera más evidente si es que ha existido un agotamiento de las economías de escala y a partir de qué nivel de volumen producido, con lo que podemos inferir para el rango de producción de una



firma si se encuentra produciendo con retornos constantes de escala (variación nula en la curva estimada) o decrecientes.

En la construcción del gráfico se utilizó siguiendo el enfoque de Christensen et al (1976). La curva de costo se deriva evaluando la función de costo promedio que enfrenta la empresa típica<sup>30</sup>, para un rango de producción, manteniendo los precios de los factores en sus valores promedio.

A pesar de que el lapso transcurrido entre los años de comparación es pequeño (intervalo de cuatro años), es útil tener la aproximación de la estimación de la curva de manera de ayudar en la toma de decisiones regulatorias que impliquen una modificación en las normativas de la industria.

Para todos los gráficos que se presentan a continuación, las formas funcionales con que fueron construidos se presentan en los anexos, en donde las ecuaciones que generan los gráficos aparecen de la siguiente manera:

$$\text{Equation: } CC/\text{ volumen} = (C(1) + C(2)*K + C(3)*L + C(4)*Y + C(5)*KK + C(6)*KL + C(7) *LL + C(8)*KY + C(9)*LY + C(10)*YY)/\text{ volumen}$$

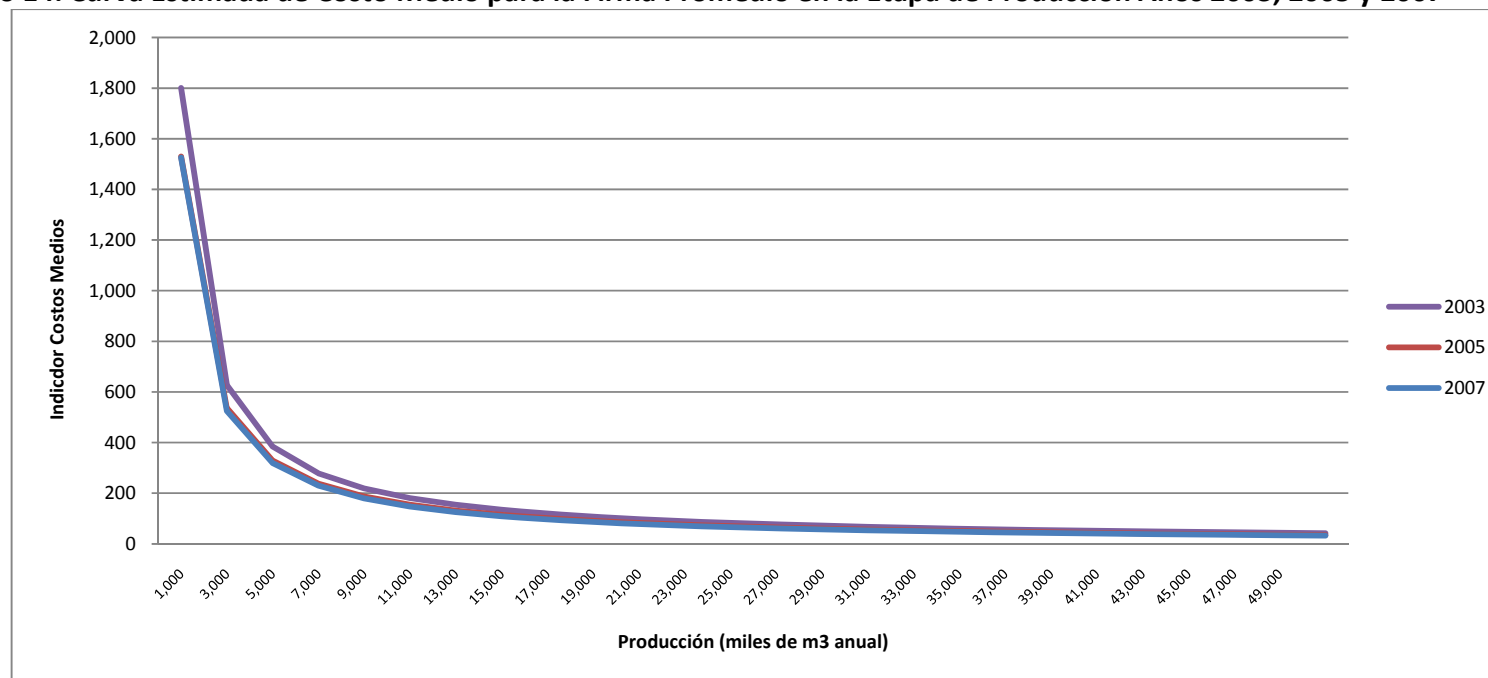
Donde los coeficientes C(\*) aparecen en la segunda columna de cada tabla del anexo. Los valores de K, KK, L y LL se refieren a los valores promedio en logaritmo del precio del factor capital (K) y trabajo (L), divididos por el precio de la energía. Las variables KK y LL son los correspondientes cuadrados de K y L, respectivamente. La variable Y corresponde al logaritmos del volumen (producido, distribuido, recolectado o tratado), mientras que YY es su cuadrado, respectivamente.

---

<sup>30</sup> Por empresa típica se entiende a la firma que para un rango de producción, mantiene los precios de los factores en sus valores promedio. Junto con ello, la firma cumple con las características promedio de las etapas del servicio sanitario a nivel nacional



**Gráfico 14. Curva Estimada de Costo Medio para la Firma Promedio en la Etapa de Producción Años 2003, 2005 y 2007**



Fuente: Elaboración Propia

2003:  $CC/VOLUMEN=(1.290+0.288*K+0.424*L+0.260*Y+0.208*KK-0.130*KL+0.106*LL-0.067*KY+0.037*LY+0.079*YY)/Volumen$

2005:  $CC/VOLUMEN=(1.334+0.334*K+0.365*L+0.090*Y+0.189*KK-0.107*KL+0.088*LL-0.046*KY+0.013*LY-0.054*YY)/Volumen$

2007:  $CC/VOLUMEN=(1.249+0.427*K+0.366*L+0.019*Y+0.155*KK-0.110*KL+0.085*LL-0.024*KY+0.003*LY-0.060*YY)/Volumen$





En todos años, se aprecia que las curvas adoptan una forma casi plana desde al menos los 20 millones  $m^3$  producidos anualmente, lo que implica que hasta esos volúmenes aun existían economías de escala no explotadas. Las variaciones porcentuales de la curva se hacen menores al 10% por sobre los 41 millones, lo que implica un cambio de menos de un 5% del valor del indicador del costo medio. Por lo tanto a medida que el volumen producido de agua potable se incrementa, lo cual se relaciona al tamaño de la firma, la disponibilidad de economías de escala no aprovechadas disminuye.

Luego, dado el volumen de producción de las empresas, podemos inferir la presencia de economías de escala, si es que se comportaran como una empresa típica, dado los precios de los factores productivos. De acuerdo a la información disponible, las empresas que operaban en un nivel inferior a los 40 millones de  $m^3$  anuales, aun no han agotado la posibilidad de explotar economías de escala, situación opuesta a las empresas con volúmenes producidos superior a dicha cifra. Los costos de operación presentan entonces una correspondencia cercana con la porción plana de la curva, debido a que en esta zona la firma se encuentre operando presenta retornos constantes a escala.

En relación a las firmas pequeñas, todas ellas operan en niveles inferiores a 20 millones de  $m^3$  anuales por lo que se ubican en zonas de la curva en donde aun es posible que puedan explotar las economías de escala.

El hecho de que las firmas que operan en zona donde se han agotado las economías de escala, exhiban valores positivos en los cálculos (tabla 6) implica que el aprovechamiento de las economías de escala ha ocurrido entre los períodos considerados, aunque la empresa típica no lo refleje en sus curvas y que no son



explicados por el modelo. Sólo es una medida relativa de cuan factible es que se aprovechen los espacios existentes con economías de escala.

En relación a las elasticidades de sustitución y de precio propio, la siguiente tabla resume los valores estimados.

**Tabla 7. Elasticidades Estimadas de Sustitución y Precio Propio Etapa de Producción**

Elasticidad	2003	2005	2007
Capital	-7.693	-2.048	-2.619
Trabajo	-0.269	-0.401	-0.415
Sustitución KL	9.151	2.630	1.867

Fuente: Elaboración Propia

Dado que los valores de la elasticidad de sustitución son mayores que la unidad, existe una relación de sustituibilidad del capital con el trabajo en ambos años, con lo que existe una mayor flexibilidad en el intercambio de los factores ante variaciones en los precios correspondientes. En relación a las elasticidades de precio propio, todos los signos son consistentes con lo esperado, en donde para el factor trabajo el valor es inelástico, ya que la cantidad de trabajadores aumentará en menos de un 1% si es que el precio del factor crece en dicha magnitud. Ello contrasta con la elasticidad del capital, la cual es bastante sensible a las fluctuaciones de su precio.

## 5.2 Etapa de distribución

Esta instancia corresponde al traslado del agua que ha sido tratada para su distribución entre los usuarios de una empresa prestadora. Esta se realiza por medio del conjunto de tuberías, accesorios y estructuras que conducen el agua potable desde el estanque de regulación o planta de tratamiento hasta los puntos de consumo.



## 5.2.1 Economías de Escala en la Etapa de Distribución

Al igual que en la etapa anterior, presentamos en la siguiente tabla las estimaciones de las economías de escala, los volúmenes de agua potable distribuida y los costos medios del proceso de cada firma en el 2003, 2005 y 2007, respectivamente. Los coeficientes estimados son presentados en el anexo.

**Tabla 8. Economías de escala de las firmas seleccionadas del sector sanitario, etapa de Distribución**

Firma	2003	2005	2007	2003	2005	2007	2003	2005	2007
	SCE	SCE	SCE	Volumen (miles de m <sup>3</sup> ANUAL)	Volumen (miles de m <sup>3</sup> ANUAL)	Volumen (miles de m <sup>3</sup> ANUAL)	CME (\$/1000 m <sup>3</sup> )	CME (\$/1000 m <sup>3</sup> )	CME (\$/1000 m <sup>3</sup> )
ANDINAS	1.007	0.899	0.991	400,549	395,699	405,636	18,608	20,372	22,917
ANTOFAGASTA	1.002	0.920	0.994	26,192	27,458	29,345	100,953	51,606	63,811
ARAUCANIA	1.032	0.923	0.991	30,073	31,203	31,683	62,427	45,701	39,427
CHAÑAR	1.001	0.935	0.999	13,685	14,276	15,108	49,969	65,701	51,835
CORDILLERA	1.016	0.919	0.988	57,938	56,116	60,300	27,982	27,629	25,226
DECIMA	1.001	0.945	1.000	7,123	7,555	7,795	38,161	31,265	23,228
DEL ALTIPLANO	1.001	0.938	0.999	24,003	25,641	26,566	57,043	56,702	48,791
DELVALLE	1.002	0.929	0.995	27,461	28,420	30,150	79,962	39,255	58,061
DOMINICOS	1.004	0.946	0.999	4,245	4,075	4,626	22,195	23,826	20,197
MAGALLANES	1.000	0.957	1.000	9,451	9,790	9,797	45,959	34,843	21,472
MANQUEHUE	1.001	0.939	0.999	6,294	7,180	8,784	37,666	31,927	22,353
NUEVOSUR	1.000	0.945	1.000	33,076	33,275	33,339	29,071	35,396	40,345
PATAGONIA	1.000	0.954	1.000	4,003	4,359	4,411	609	33,004	36,219
ESSAL	1.005	0.941	0.997	28,289	30,179	31,507	41,368	40,414	55,347
ESSBIO	1.012	0.944	0.996	115,159	118,077	120,695	33,678	32,153	38,180
ESVAL	1.029	0.934	0.992	88,325	87,881	92,303	53,591	57,280	67,656
SMAPA	1.005	0.944	0.998	47,671	45,506	45,263	37,544	64,950	41,878
SERVICOMUNAL	1.000	1.023	1.000	5,047	5,253	4,794	24,253	22,463	21,115
COOPAGUA		0.958	1.000		1,417	1,477		70,298	58,447



**Tabla 8. Economías de escala de las firmas seleccionadas del sector sanitario, etapa de Distribución (cont.)**

Firma	2003	2005	2007	2003	2005	2007	2003	2005	2007
	SCE	SCE	SCE	Volumen (miles de m <sup>3</sup> ANUAL)	Volumen (miles de m <sup>3</sup> ANUAL)	Volumen (miles de m <sup>3</sup> ANUAL)	CME (\$/1000 m <sup>3</sup> )	CME (\$/1000 m <sup>3</sup> )	CME (\$/1000 m <sup>3</sup> )
SANPEDRO		0.967	1.000		0	1,363			72,435
SANTIAGO		0.974	1.000		1,659	1,949		18,096	15,512
ASP		0.955	1.000		618	978		67,590	71,103
SERVILAMPA		0.948	1.000			1,127			28,613
ESSA			1.000		2,083	2,363		64,446	67,478

Fuente: Elaboración Propia

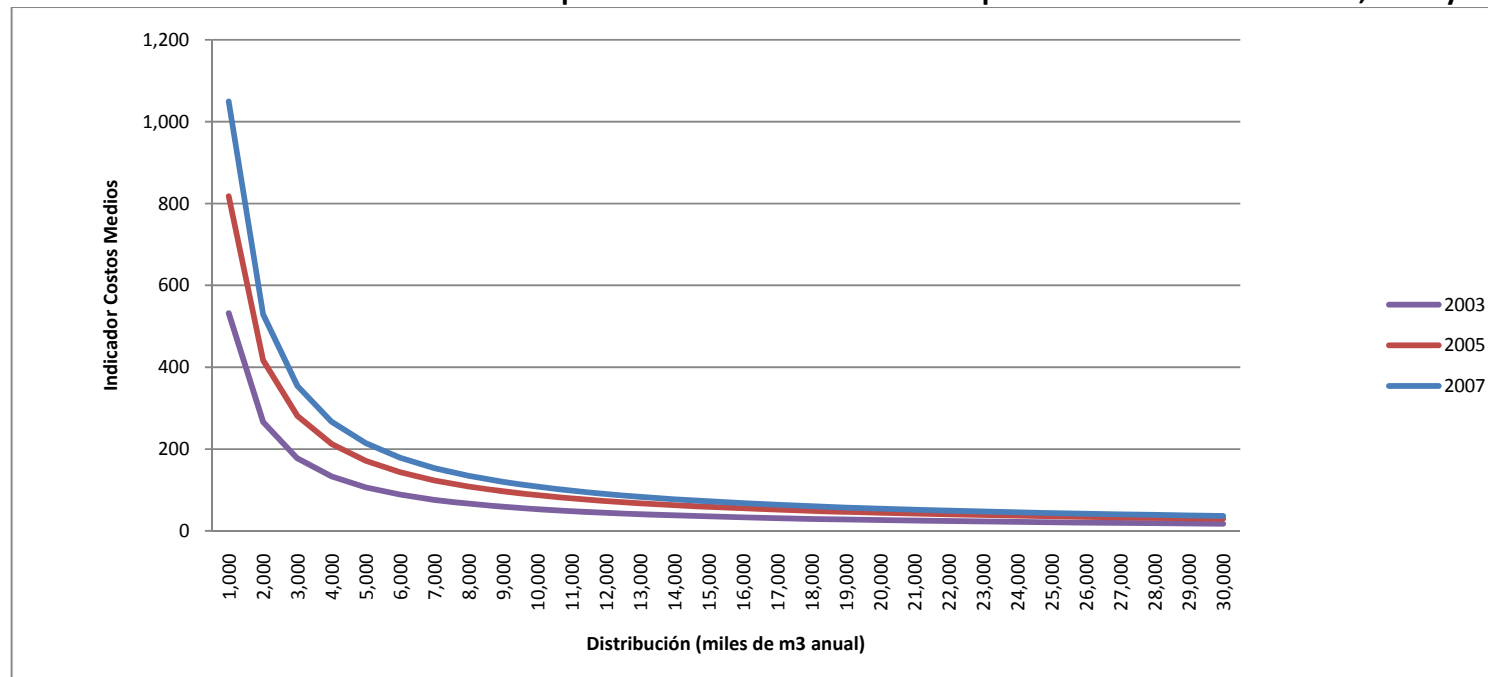
Apreciamos los volúmenes totales distribuidos en los períodos señalados para las firmas escogidas varía desde 928,584 y 971,356 miles de m<sup>3</sup> distribuidos anualmente. El 56% de las firmas disminuyeron sus costos medios entre el 2003 y 2007, mientras que un porcentaje similar de las que pueden ser comparadas lo hizo entre el 2005 y el último año de evaluación.

En esta etapa, las firmas que pueden ser comparadas disponen de similares espacios para explotar economías de escala en el 2007 en relación al 2003.

El siguiente gráfico presenta las curvas de logaritmo del costo medio que enfrenta una empresa típica en función del volumen distribuido en los dos períodos señalados.



**Gráfico 15. Curva Estimada de Costo Medio para la Firma Promedio en la Etapa de Distribución Años 2003, 2005 y 2007**



Fuente: Elaboración Propia

2003:  $CC/VOLUMEN=(1.023+0.472*K+0.203*L-0.066*Y+0.135*KK-0.041*KL-0.001*LL-0.001*KY+0.002*LY-0.008*YY)/Volumen$

2005:  $CC/VOLUMEN=(1.199+0.458*K+0.233*L+0.093*Y+0.136*KK-0.057*KL+0.046*LL-0.013*KY+0.008*LY+0.004*YY)/Volumen$

2007:  $CC/VOLUMEN=(1.207+0.444*K+0.260*L+0.046*Y+0.147*KK-0.071*KL+0.058*LL-0.007*KY+0.004*LY+0.001*YY)/Volumen$



Para todos los años, el aprovechamiento de las economías de escala para una firma típica tiende a extinguirse fuertemente cerca de los 10 millones de m<sup>3</sup> distribuidos anualmente, lo que implica que a partir de ese nivel las firmas pueden explotar cada vez menos las economías de escala. Dada esta situación, las economías escalas se terminan para un menor nivel de producción en el 2003 en relación al 2007, en donde ello comienza a manifestarse a partir de los 18 millones de metros cúbicos.

En ese sentido, la variación de la pendiente de la curva es un buen indicador del agotamiento de las economías de escala, dado que al no existir cambio en ella, la variación del costo marginal de distribución con respecto al costo medio es nula, lo que es equivalente a señalar que el incremento proporcional en los costos debido a una expansión proporcional en el nivel de producto distribuido es cero.

En todo caso, en todos los años que se presentan las economías de escala se agotan en niveles de volúmenes menores a la de la etapa de producción, lo que se refleja en que la curva adquiere una forma más plana para un menor nivel de volumen. Esto porque una firma que permanece en esa región de la curva ya no posee economías de escala que explotar.

**Tabla 9. Elasticidades Estimadas de Sustitución y Precio Propio Etapa de Distribución**

Elasticidad	2003	2005	2007
Capital	-0.733	-0.850	-0.976
Trabajo	-0.787	-0.630	-0.587
KL	0.992	1.403	1.513

Fuente: Elaboración Propia

La relación es de relativa complementariedad entre el capital y el trabajo para el año 2003, dado que el monto es cercano a la unidad y de sustituibilidad para el resto, con lo



que ante en este caso es más fácil intercambiar los factores ante un cambio porcentual en sus correspondientes precios, en relación al año 2003. La elasticidad precio propio del trabajo y capital se vuelve es inelásticas en todos los períodos, dado que la cantidad de los factores aumentará en menos de un 1% si es que sus correspondientes precios crecen en dicha magnitud.

### **5.3 Etapa de Recolección**

Esta corresponde a la evacuación de las aguas servidas o residuales provenientes de los usuarios residenciales o industriales clientes de las empresas, en cuerpos receptores que dispongan de las condiciones técnicas y sanitarias establecidas en las normas respectivas, o en sistemas de tratamiento.

Dado que no existen medidores de volúmenes recolectados y tratados, se asumió una proporción que utiliza la SISS respecto al porcentaje del volumen facturado que es efectivamente recolectado. Esto es variable según la empresa y el período del año debido a que no toda el agua que es distribuida a los usuarios, es finalmente recolectada como aguas servidas. Se utilizó la información contenida en los informes de gestión de los períodos involucrados que señala para cada firma una aproximación en la cobertura del agua distribuida que es finalmente recolectada y tratada.

#### **5.3.1 Economías de Escala en la Etapa de Recolección**

Los valores calculados para las economías de escala en esta etapa para la industria agregada los presentamos en la siguiente tabla.



**Tabla 10. Economías de Escala de las firmas en la Etapa de Recolección**

Firma	2003	2005	2007	2003	2005	2007	2003	2005	2007
	SCE	SCE	SCE	Volumen (miles de m <sup>3</sup> ANUAL)	Volumen (miles de m <sup>3</sup> ANUAL)	Volumen (miles de m <sup>3</sup> ANUAL)	CME (\$/1000 m <sup>3</sup> )	CME (\$/1000 m <sup>3</sup> )	CME (\$/1000 m <sup>3</sup> )
ANDINAS	1.02	0.95	1.00	320,439	316,559	294,897	11,681	7,653	8,055
ANTOFAGASTA	1.03	0.95	1.00	13,698	21,966	29,228	65,321	18,683	23,253
ARAUCANIA	1.04	0.96	1.00	24,058	24,962	25,410	56,691	29,058	14,785
CHAÑAR	1.02	0.96	1.00	10,948	11,421	14,368	5,085	18,700	17,715
CORDILLERA	1.02	0.97	1.00	46,350	44,893	10,130	110,339	4,528	1,739
DECIMA	1.04	0.96	1.01	5,698	6,044	7,273	15,088	41,205	33,831
DEL ALTIPLANO	1.04	0.96	1.01	19,202	20,513	25,583	32,838	34,784	22,125
DELVALLE	1.04	0.96	1.01	21,969	22,736	28,070	58,191	30,277	32,692
DOMINICOS	1.01	0.98	1.02	3,396	3,260	768	74,247	1,139	1,134
MAGALLANES	1.03	0.97	1.01	7,561	7,832	9,581	34,738	37,029	20,525
MANQUEHUE	1.03	0.98	1.01	5,035	5,744	5,455	54,017	10,985	2,966
NUEVOSUR	1.05	0.97	1.01	26,461	26,620	30,205	11,170	10,042	15,437
PATAGONIA	1.04	0.97	1.01	3,202	3,487	4,124	15,628	48,184	42,813
ESSAL	1.05	0.97	1.01	22,631	24,143	29,144	35,004	36,815	30,450
ESSBIO	1.06	0.97	1.01	92,127	94,462	108,022	18,130	17,565	17,719
ESVAL	1.06	0.97	1.01	70,660	70,305	84,549	25,878	23,409	19,839
SMAPA	1.04	0.97	1.01	38,137	36,405	45,172	33,215	33,426	18,749
SERVICOMUNAL	0.92	1.00	0.99	4,038	4,202	4,631	16,319	11,965	8,677
COOPAGUA		0.98	1.01		1,275	991		5,468	3,739
SANPEDRO			1.01			863			640,124
SANTIAGO			1.01			1,234			1,525,915
ASP		0.98	1.01		446	619		20,013	20,123
SERVILAMPA			0.99			683			11,664
ESSA		0.98	1.01		2,908	1,496		28943.36618	6,098,591

Fuente: Elaboración Propia

Los volúmenes recolectados totales fluctúan entre los 735,610 y los 762,495 metros cúbicos anuales. En esta etapa aumenta el porcentaje de empresas que reducen sus





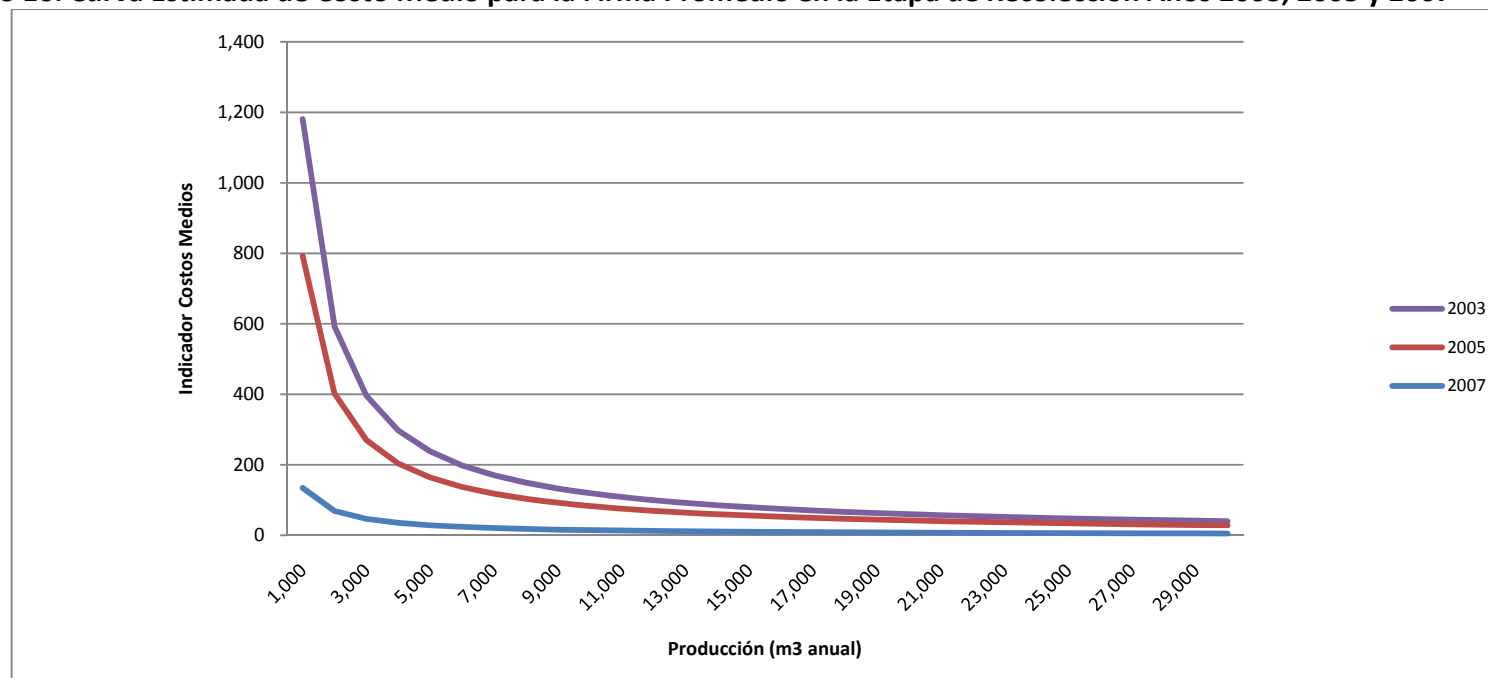
costos medios en el tiempo, debido a que el 78% de las firmas contrajeron sus costos medios entre el 2003 y 2007, mientras que en el período de comparación siguiente lo hizo el 67% de las entidades analizadas.

Para las empresas que pueden ser comparadas, la disponibilidad para el aprovechamiento de las economías de escala en los años 2003 y 2007 permanece estable, mientras que existe una menor disponibilidad relativa en el 2005. Las diferencias obedecen principalmente a la sensibilidad del modelo en especial en aquellas firmas pequeñas, por lo que dicha información debe analizarse con criterio.

El siguiente gráfico presenta los valores del indicador del costo medio respecto al volumen recolectado para los tres años considerados, en donde se puede inferir la posibilidad de explotar escalas de acuerdo a la forma que adquieran las curvas a medida que aumenta el volumen que las firmas recolectan.



**Gráfico 16. Curva Estimada de Costo Medio para la Firma Promedio en la Etapa de Recolección Años 2003, 2005 y 2007**



Fuente: Elaboración Propia

2003:  $CC/VOLUMEN=(1.201+0.356*K+0.293*L-0.031*Y+0.189*KK-0.085*KL+0.041*LL-0.007*KY+0.003*LY-0.006*YY)/Volumen$

2005:  $CC/VOLUMEN=(1.163+0.455*K+0.255*L+0.055*Y+0.141*KK-0.064*KL+0.040*LL-0.009*KY+0.007*LY+0.002*YY)/Volumen$

2007:  $CC/VOLUMEN=(0.848+0.691*K+0.172*L+0.001*Y+0.051*KK-0.032*KL+0.022*LL-0.004*KY+0.002*LY-0.001*YY)/Volumen$



En los tres años, la firma típica presenta un mayor agotamiento de las economías de escala para un mismo nivel de volumen recolectado, debido a que las curvas a medida que transcurren los años adoptan una forma plana a partir de un punto equivalente al menos los 15 millones m<sup>3</sup> producidos anualmente. Esto significa que hasta esos volúmenes aun existen economías de escala no explotadas, por lo que la mayoría de las firmas que recolectaban volúmenes por menos de esa cantidad podían explotar economías de escala.

Las firmas que pueden ser comparadas y que se comportan como una firma tipo disponen de casi los mismos espacios para explotar economías de escala, tanto en el 2003 como en el 2007, extinguiéndose el posible aprovechamiento a partir de los 15 millones de metros cúbicos. Es decir, las economías de escala no explotadas son similares en ambos períodos para una firma promedio, agotándose antes del volumen crítico ya mencionado.

Luego, aquellas firmas que trabajaban a niveles inferiores a los críticos estaban en zonas en donde aun les era posible explotar las economías de escala, por lo que de acuerdo al volumen registrado corresponden a entidades denominadas pequeñas.

En relación a las elasticidades de sustitución y de precio propio, la siguiente tabla resume los valores estimados.

**Tabla 11. Elasticidades Estimadas de Sustitución y Precio Propio Etapa de Recolección**

Elasticidad	2003	2005	2007
Capital	-1.316	-0.899	-0.442
Trabajo	-0.605	-0.624	-0.749
KL	1.616	1.366	1.147

Fuente: Elaboración Propia



En la etapa de recolección, se presenta una relación de sustituibilidad entre capital y trabajo en todos los años. La elasticidad precio propio del trabajo es inelástica, dado que sus montos son menores al 1% en todos los años (0.61, 0.65 y 0.75% en el 2003, 2005 y 2007, respectivamente).

La elasticidad del capital revela una mayor sensibilidad a los cambios porcentuales en su precio sólo en el 2003 (variaciones del 1.32%), mientras que en el 2005 y 2007 existe inelasticidad del precio propio, dado que ante un alza del precio propio del capital del 1%, la cantidad demandada disminuye en 0.90 y 0.44%, respectivamente.

## **5.4 Etapa de Tratamiento**

De acuerdo a la definición de la SISS, corresponde al procedimiento para reducir a un nivel aceptable la presencia de elementos contaminantes en las aguas residuales antes de su descarga o vertimiento en las fuentes o cuerpos receptores o para su reutilización en la agricultura, sin peligro de contaminación. Para el cálculo se utilizó la información existente en los informes de gestión de los años bajo estudio y relacionados con el porcentaje de cobertura del agua recolectada que es efectivamente tratada.

### **5.4.1 Economías de Escala en la Etapa de Tratamiento**

Las economías de escala en la industria en esta etapa, se presentan en la tabla siguiente resumiendo sus montos calculados en el período bajo estudio. Hay que señalar que para el año 2005 no fue posible ajustar una curva debido a la disposición de los datos no permitió la obtención de una correcta bondad de ajuste. Luego, sólo presentamos los años 2003 y 2007 en el análisis.



**Tabla 12. Economías de Escala de las firmas en la Etapa de Tratamiento**

Firma	2003	2007	2003	2007	2003	2007
	SCE	SCE	Volumen (miles de m <sup>3</sup> ANUAL)	Volumen (miles de m <sup>3</sup> ANUAL)	CME (\$/1000 m <sup>3</sup> )	CME (\$/1000 m <sup>3</sup> )
ANDINAS	0.565	0.914	205,722	294,897	35,509	68,668
ANTOFAGASTA	1.228	0.948	13,548	29,228	132,653	5,708
ARAUCANIA	0.957	0.940	3,104	25,410	350,851	73,680
CHAÑAR	0.914	0.942	8,485	14,368	38,918	68,248
CORDILLERA	1.052	0.940		10,130		1,198
DECIMA	0.934	0.945	5,254	7,273	45,992	35,798
DEL ALTIPLANO	0.862	0.969	18,454	25,583	27,087	25,564
DELVALLE	1.094	0.963	20,914	28,070	64,295	39,039
MAGALLANES	1.056	0.970	801	9,581	208,478	28,798
MANQUEHUE	0.877	0.955	2,336	5,455	70,528	61,907
NUEVOSUR	1.075	0.964	9,129	30,205	67,434	95,888
PATAGONIA	0.853	0.963	2,287	4,124	59,465	182,281
ESSAL	0.717	0.970	11,474	29,144	57,264	89,333
ESSBIO	0.776	0.974	69,464	108,022	48,194	64,617
ESVAL	1.213	0.990	54,832	84,549	48,128	46,479
SERVICOMUNAL		0.985	3,573	4,631	44,199	31,645
COOPAGUA		0.968		991		64,104
SERVILAMPA		0.965		683		161,074

Fuente: Elaboración Propia

Debe notarse que en esta etapa se dispone de información de una menor cantidad de empresas, en relación a las etapas anteriores. Se observa que los volúmenes totales tratados en los períodos señalados para las firmas escogidas fluctúan entre 429,377 y 712,344 miles de m<sup>3</sup> anuales. El 60% de las firmas disminuyeron sus costos medios entre el 2003 y 2007, mientras que un 53% de las que pueden ser comparadas lo hizo entre el 2005 y el último año de evaluación.

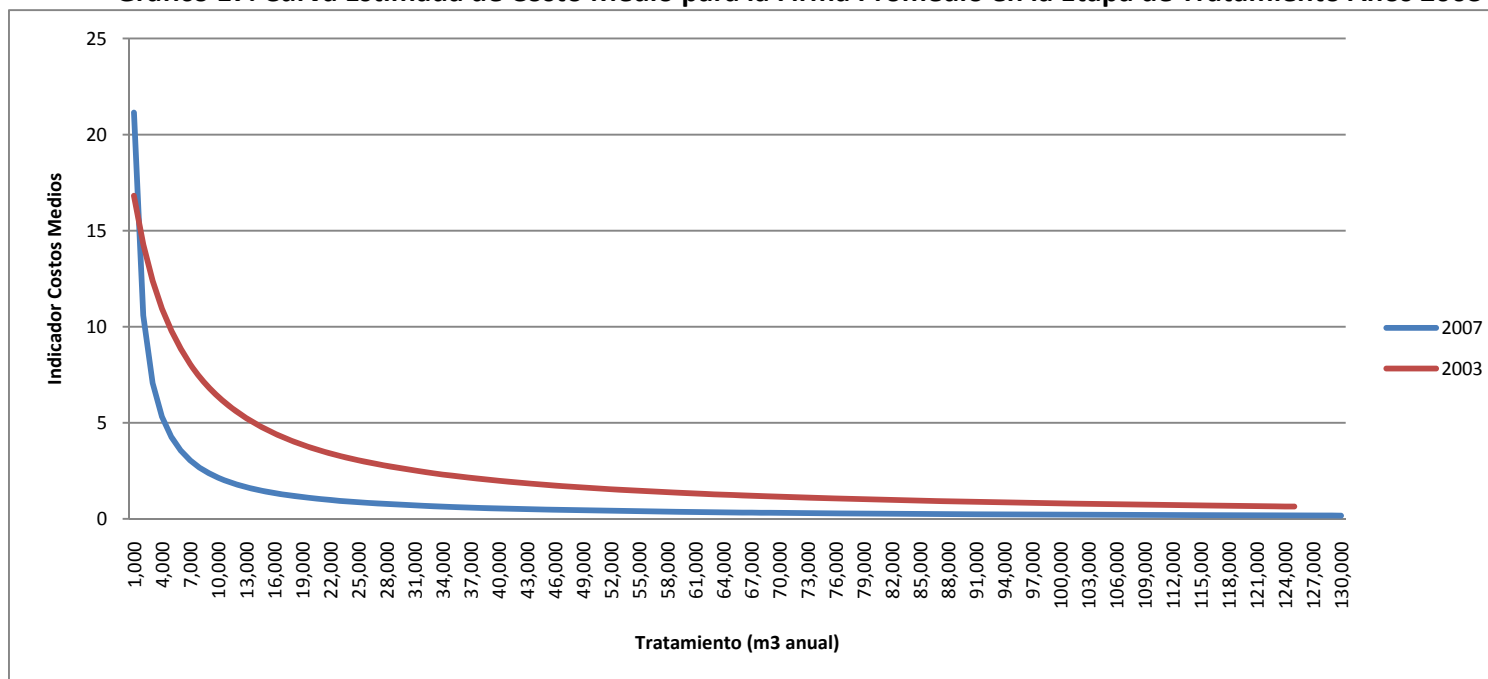


La disponibilidad de aprovechamiento de escalas varía según la firma. La posibilidad de explotar economías de escala para una firma en esta etapa se ve condicionada por la variable independiente que es el volumen tratado, el cual es recibido desde la etapa anterior en donde han existido pérdidas que son estimadas, a diferencia del flujo entre producción y distribución que es determinado de manera más fidedigna.

El siguiente gráfico presenta las curvas de costo medio que enfrenta una empresa típica en función del volumen distribuido en los dos períodos señalados.



Gráfico 17. Curva Estimada de Costo Medio para la Firma Promedio en la Etapa de Tratamiento Años 2003 y 2007



Fuente: Elaboración Propia

$$2005: CC/VOLUMEN=(0.848+0.691*K+0.172*L+0.001*Y+0.051*KK-0.032*KL+0.022*LL-0.004*KY+0.002*LY-0.001*YY)/Volumen$$

$$2007: CC/VOLUMEN=(1.207+0.581*K+0.212*L+0.350*Y+0.061*KK -0.040*KL+0.040*LL-0.086*KY+0.043*LY+0.002*YY)/Volumen$$



Para una firma que se comporta como promedio, se aprecian diferencias en la posibilidad de aprovechamiento de las economías de escalas entre ambos períodos, existiendo una mayor posibilidad de explotar escalas en el año 2003, hasta un volumen aproximado de 35 millones de metros cúbicos. En el año 2007, las economías de escala tienden a agotarse antes de los 20 millones de metros cúbicos, por lo que una firma promedio que permanezca en un nivel de tratamiento de ese monto aun podría explotar escalas.

En relación a las elasticidades de sustitución y de precio propio, la siguiente tabla resume los valores estimados.

**Tabla 13. Elasticidades Estimadas de Sustitución y Precio Propio Etapa de Tratamiento**

Elasticidad	2003	2007
Capital	-2.337	-1.653
Trabajo	0.351	-1.465
KL	0.951	1.196

Fuente: Elaboración Propia

Al igual que en la etapa de distribución, se presenta una relación de complementariedad entre capital y trabajo en el año 2003, aunque el monto del 2003 es muy cercano a la elasticidad unitaria, mientras que en el siguiente período la relación es de sustituibilidad. La elasticidad precio propio del trabajo es inelástica (menor al 0.07 y 0.01 en el 2003 y 2007, respectivamente), a diferencia del capital el cual es bastante sensible a los cambios porcentuales en su precio (variaciones mayores al 1,47 y 1.25% en el 2003 y 2007, respectivamente).

## 5.5 Actividad de Administración

Esta instancia comprende los procesos de alta dirección, actividades gerenciales, diseño y supervisión de faenas, el servicio a clientes, lectura de medidores, difusión comercial,





cobrar a morosos, etc. Es decir, son procesos que no se relacionan directamente con las actividades operacionales existentes en la producción y distribución del agua potable y en la recolección y tratamiento de las aguas servidas.

Cabe mencionar que la información suministrada no permitió asignar las actividades administrativas en alguna de las etapas del ciclo sanitario definido, por lo que los resultados que se presentan comprenden a todo el conjunto de etapas ya descritas.

Sólo se consideraron dos factores productivos, capital y trabajo, debido a que la mayoría de las firmas, no reportaron consumos en el factor energía, lo cual es esperado en esta actividad.

### 5.5.1 Economías de Escala Actividad de Administración

En cuanto a las economías de escala en la industria en esta actividad, podemos apreciar sus valores en el período 2003 y 2007 en la tabla siguiente.

**Tabla 14. Economías de Escala de las Firms del Sector Sanitario, Actividad de Administración**

Firma	2003	2007
	SCE	SCE
ANDINAS	0.77	0.27
ANTOFAGASTA	0.62	0.62
ARAUCANIA	0.66	1.21
CHAÑAR	0.60	1.18
CORDILLERA	0.66	1.57
DECIMA	0.61	1.50
DEL ALTIPLANO	0.74	1.78
DELVALLE	0.67	1.67
DOMINICOS	0.52	1.58
MAGALLANES	0.63	0.27



**Tabla 14. Economías de Escala de las Firmas del Sector Sanitario, Actividad de Administración (cont.)**

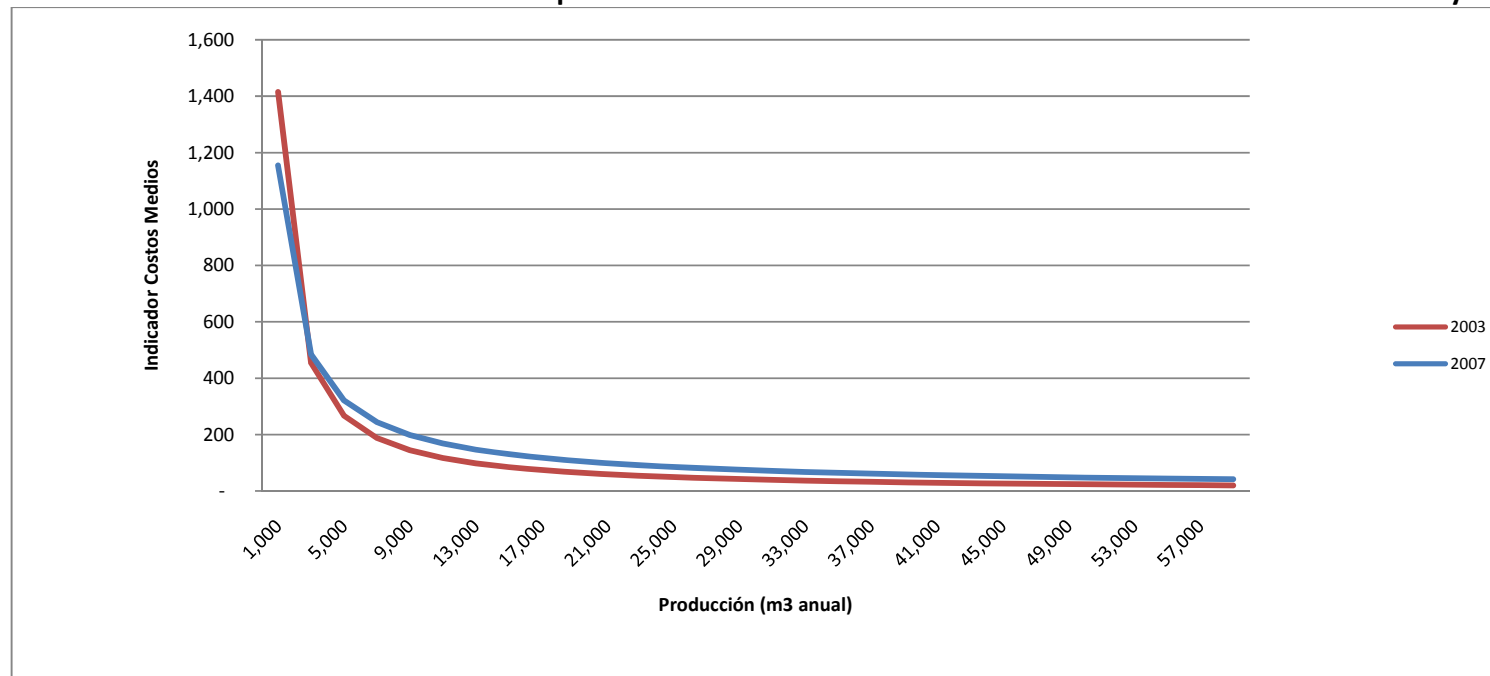
Firma	2003	2007
	SCE	SCE
MANQUEHUE	0.57	0.68
NUEVOSUR	0.78	0.64
PATAGONIA	0.63	0.92
ESSAL	0.85	0.81
ESSBIO	0.95	1.12
ESVAL	0.89	0.72
SMAPA	0.84	0.76
SERVICOMUNAL	0.56	1.38
COOPAGUA		0.99
SANPEDRO		1.25
SANTIAGO		0.76
ASP		1.11
SERVILAMPA		0.70
ESSA		0.99

Fuente: Elaboración Propia

Para todos los procesos del ciclo sanitario se aprecia que los espacios de aprovechamiento de las economías de escala se han limitado en algunas firmas, lo que lleva a que los valores sean cercanos a cero. Esto quiere decir que en esos casos la administración de las operaciones conjuntas de dichas empresas para las etapas del ciclo sanitario, no tendrían un aprovechamiento de las economías de escala que pudieran existir, en relación a las etapas mismas descritas anteriormente.



**Gráfico 18. Curva Estimada de Costo Medio para la Firma Promedio en la Actividad de Administración Años 2003 y 2007**



Fuente: Elaboración Propia

$$2003: CC/VOLUMEN=(0.820386+0.460009*K+0.858346*Y+0.141612*KK+0.042032*KY-0.079024*YY)/Volumen$$

$$2007: CC/VOLUMEN=(-0.66792+0.44609*K+0.377327*Y+0.060087*KK-0.006989*KY+0.297193*YY)/Volumen$$



Se consideraron los volúmenes equivalentes a todas las etapas del ciclo sanitario para las estimaciones de la ecuación (12) y de la participación del capital. Para volúmenes superiores a 41 millones de metros cúbicos, en ambos años las empresas típicas agotarían sus posibilidades de explotar las economías de escala en sus actividades administrativas, dado que operarían en zona en que la curva es bastante plana, con mínimas variaciones de la pendiente. Luego a partir de ese punto crítico no es posible ya explotar las escalas.



## 6. Análisis Complementario: Estimación de las economías de escala y densidad usando datos de panel

De manera de llevar a cabo la determinación de las economías de densidad y complementar el análisis en economías de escala, fue desarrollada una estimación econométrica de una función de producción translog usando datos de panel.

Es importante señalar que los recientes avances en el desarrollo de nuevas formas funcionales de producción han estado dominados por esfuerzos tendientes a concebir las llamadas *formas flexibles*, por lo que han surgido diferentes definiciones técnicas de flexibilidad. Por ejemplo, la flexibilidad local, llamada también Flexibilidad Diewert, implica que una forma funcional representa una expansión de segundo orden de una serie de Taylor o una aproximación diferencial de segundo orden de una función arbitraria en un punto en particular (Fuss et al., 1978, Chambers, 1988). La forma flexible local no impone restricciones sobre el valor de la función o a su primera y segunda derivada en el punto de aproximación. Por otra parte, la flexibilidad global es preferible a la flexibilidad local cuando las restricciones de segundo orden no están presentes en todo el dominio de la función (Gallant, 1981). Esto es relevante debido a que la forma localmente flexible puede imponer un número muy elevado de restricciones sobre el punto de aproximación, por lo que una amplia gama de formas funcionales flexibles han sido introducidas en los estudios empíricos sin restricciones a priori sobre la aditividad o separabilidad funcional.

En particular, en este estudio la estimación se llevó a cabo utilizando el estimador de mínimos cuadrados generalizados (modelo de efectos aleatorio) bajo la hipótesis de mantenimiento de la tecnología de producción subyacente. Los resultados empíricos indican que la imposición de restricciones a priori como homoteticidad, la



homogeneidad o separabilidad sobre la estructura de producción no son aceptables y debería realizarse un test de hipótesis dentro del marco de estimación.

Se trabajó con la función de producción como alternativa dual a la función de costos, pudiéndose utilizar de esta forma las ventajas que presenta en la estimación econométrica, de acuerdo con las propiedades del conjunto de requisitos de inputs y con la mayor parte de los efectos económicos implicados. Los criterios para la elección de la forma funcional adecuada condicionan en gran medida los efectos del análisis en particular. El más importante grupo de criterios de selección se refiere a la coherencia de la tecnología de producción con las propiedades teóricas de las funciones escogidas.

La forma funcional escogida fue:

$$(23) \ln Y_{it} = \beta_0 + \sum_{j=1}^J \beta_j \ln Q_{jit} + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^J \beta_{jk} (\ln Q_{jit}) (\ln Q_{kit}) + \gamma_1 t + \frac{1}{2} \gamma_2 t^2 + \sum_{j=1}^J \alpha_j \ln Q_{jit}$$

Donde  $\ln Y_{it}$  es el logaritmo del volumen producido por la  $i$ -ésima firma en el período  $t$ . Debe notarse que  $i = \overline{1, N}$  es la sección longitudinal que refleja a cada una de las empresas y  $t = \overline{1, T}$  son los períodos de tiempo considerados. Además,  $j, k = \overline{1, J}$  son los diferentes factores productivos utilizados,  $\ln Q_{jit}$  es el logaritmo de la cantidad del  $i$ -ésimo insumo productivo utilizado en la función de producción, por la firma  $i$  en el período  $t$ . Los parámetros a estimar son  $\alpha$  y  $\beta$ , mientras que  $\gamma_1$  y  $\gamma_2$  son los parámetros de la variable proxy  $t$  que refleja los cambios técnicos.

Debe notarse que se requieren dos condiciones para la estimación, referidas a la simetría y a la monotonidad. La primera de ellas implica que los coeficientes  $\beta_{jk} = \beta_{kj}$  para todo  $j, k$ , por lo que la forma funcional anterior tendrá un parámetro de escala



neuro ( $\beta_0$ ),  $j+2$  parámetros de primer orden ( $\beta_j, \gamma_1, \gamma_2$ ) y  $(j+1)(j/2)+j$  parámetros de segundo orden ( $\beta_{jk}, \alpha_j$ ).

La segunda condición implica que el producto marginal de los insumos sea positivo, es decir  $MP_{jit} = \frac{\partial y_{it}}{\partial x_{jit}} > 0$ . Dentro del contexto de la función de producción translog, el producto marginal del insumo  $j$  es equivalente a multiplicar el producto marginal logarítmico por el producto promedio del insumo  $j$ . Esto es:

$$(24) MP_{jit} = \frac{\partial y_{it}}{\partial x_{jit}} = \frac{y_{it}}{x_{jit}} \cdot \frac{\partial \ln y_{it}}{\partial \ln x_{jit}} = \frac{y_{it}}{x_{jit}} \cdot \left( \beta_j + \sum_{k=1}^J \beta_{jk} \ln x_{kit} + \alpha_j t \right) > 0$$

Dado que  $y_{it}$  son positivos, el signo depende del término entre paréntesis.

Además, el producto marginal debe ser decreciente en los insumos debido a la ley de los rendimientos decrecientes, lo que implica que la siguiente condición debe cumplirse:

$$(25) \left( \beta_j + \sum_{k=1}^J \beta_{jk} \ln x_{kit} + \alpha_j t \right) \cdot \left( \beta_j - 1 + \sum_{k=1}^J \beta_{jk} \ln x_{kit} + \alpha_j t \right) < 0.$$

Las economías de escala y densidad se obtienen debido a la naturaleza flexible de la función de producción translog, la cual no impone restricciones a priori sobre sus valores y es no homotética. Las economías de escala pueden ser calculadas desde el sistema translog como la suma de las elasticidades marginales de producción con respecto a cada insumo. Es decir:

$$(26) RTS(X_{jit}, t) = \sum_{j=1}^J \eta_{jit} = \sum_{j=1}^J \frac{\partial \ln y_{it}}{\partial \ln x_{jit}} = \sum_{j=1}^J \left( \beta_j + \sum_{k=1}^J \beta_{jk} \ln x_{kit} + \alpha_j t \right)$$



Donde  $\eta_{jit}$  son las elasticidades marginales de producción, las cuales dependen tanto del nivel de los insumos como del índice de tecnología. Estas elasticidades miden la respuesta de la producción ante un cambio en un 1% en la utilización de alguno de los insumos productivos y corresponden al logaritmo del producto marginal de la función translog.

A continuación procedemos a entregar los resultados obtenidos por esta metodología complementaria.

## **6.1 Resultados: Análisis Panel de Economías de Escala**

De acuerdo a los resultados obtenidos por el método de panel, el cual considera las mediciones tanto en el tiempo como para cada firma específica, en las etapas de producción y distribución los factores productivos capital, trabajo y energía llevan a que se produzca el agua potable y trate las aguas servidas con rendimientos crecientes a escala, dado que los valores calculados son mayores a la unidad. En las etapas de recolección y distribución los montos obtenidos son bastante cercanos a la unidad, por lo que se estaría razonablemente en zonas de rendimientos constante a escala.





**Tabla 15. Economías de Escala Metodología de Panel**

<b>Etapas</b>	<b>RTS</b>
Producción	1.167
Distribución	1.024
Recolección	1.009
Tratamiento	1.098

Fuente: Elaboración Propia

La bondad de ajuste del modelo para las 4 etapas calculadas entrega una alta correlación superior en todos los casos al 90%, con lo que una alta proporción de la variabilidad del volumen a cada etapa es explicado por el modelo, lo cual es razonable dentro de los valores exigidos en la metodología de data panel para el coeficiente de determinación.

En ese sentido, la metodología de panel estima de manera similar para las etapas de producción y tratamiento del ciclo sanitario, en donde existen mayores espacios para el aprovechamiento de las economías de escala por parte de las firmas.

En el caso de las otras etapas (distribución y recolección), los valores son críticos en cuanto a la permanencia en una zona en que ya no se pueden explotar escala, debido a que es altamente probable que se permanezca en puntos donde se trabaje a rendimientos constantes a escala.

De esta manera, la principal forma funcional de producción ha resultado de gran utilidad en el análisis de las economías de escala, dada su flexibilidad en la aplicación de los supuestos presentados, por lo que la estimación a través del problema dual de la función de costos es admisible.



## 6.2 Economías de densidad de redes y clientes

De acuerdo a la disponibilidad de información y basados en Nauges y Van der Berg (2008), fue posible llevar a cabo el análisis para las etapas de distribución y recolección, debido a que sólo para esas etapas se contaba con la longitud de metros lineales de las correspondientes redes de distribución del agua potable y de la conducción de las aguas servidas hacia las plantas de tratamiento. Se ordenó la información de acuerdo a la empresa por el año seleccionado, con las variables volumen ( $m^3$ ), precios de los factores productivos (\$/unidad), red lineal de distribución de agua potable (m) y número de clientes en las etapas consideradas.

Se utilizó como variable de operación un indicador del volumen por red lineal de distribución y el volumen por cliente anual en la ecuación (12), la cual se estimó conjuntamente con las ecuaciones de participación correspondiente. Dicho sistema también utilizó en las estimaciones el procedimiento iterativo SUR de Zellner (1962) para el software E views.

El manejo de los datos se realizó de la misma manera que en el cálculo de las economías de escala presentado en las secciones anteriores.

### 6.2.1 Densidad Etapa de Distribución

Presentamos las siguientes tablas con las correspondientes economías de densidad de red, para las firmas señaladas anteriormente en los años 2003 y 2007.



**Tabla 16. Economías de Densidad de Red y Densidad de Clientes Escala de las Firmas del Sector Sanitario en la Etapa de Distribución año 2003**

2003							
Empresa	RTD Red	RTD Cliente	Volumen distribuido (m <sup>3</sup> ANUAL)	Clientes	Volumen distribuido (m <sup>3</sup> ANUAL/cliente)	red (metros lineales)	Volumen distribuido (m <sup>3</sup> ANUAL/red lineal)
ANDINAS	0.602	0.668	400,549	1,331,023	300.9	10,683,231	0.04
ANTOFAGASTA	0.698	0.747	26,192	118,184	221.6	988,785	0.03
ARAUCANIA	0.748	0.791	30,073	163,384	184.1	1,849,009	0.02
CHAÑAR	0.756	0.798	13,685	70,557	194.0	782,131	0.02
CORDILLERA	0.766	0.806	57,938	98,362	589.0	1,122,510	0.05
DECIMA	0.848	0.870	7,123	33,459	212.9	351,314	0.02
DEL ALTIPLANO	0.819	0.843	24,003	115,189	208.4	1,006,773	0.02
DELVALLE	0.786	0.821	27,461	153,293	179.1	1,616,979	0.02
DOMINICOS	0.970	0.985	4,245	2,961	1433.6	84,450	0.05
MAGALLANES	0.854	0.878	9,451	42,172	224.1	527,137	0.02
MANQUEHUE	0.901	0.933	6,294	3,874	1624.7	120,420	0.05
NUEVOSUR	0.886	0.899	33,076	175,535	188.4	1,755,667	0.02
PATAGONIA	1.068	1.049	4,003	20,740	193.0	292,024	0.01
ESSAL	0.886	0.900	28,289	146,651	192.9	1,567,514	0.02
ESSBIO	0.857	0.876	115,159	558,638	206.1	5,752,731	0.02
ESVAL	0.850	0.867	88,325	473,173	186.7	4,101,987	0.02
SMAPA	0.933	0.927	47,671	166,081	287.0	1,019,373	0.05
SERVICOMUNAL	0.941	0.944	5,047	18,211	277.1	181,195	0.03

Fuente: Elaboración Propia

Se aprecia que para el año 2003 existe una relativa homogeneidad en el volumen distribuido por red para todas las firmas, así como también para el volumen distribuido por cliente, con excepción de una sólo empresa (Los Dominicos). A continuación se presenta una tabla con las correspondientes economías de densidad de red para el año 2007:



**Tabla 17. Economías de Densidad de Red y Densidad de Clientes Escala de las Firmas del Sector Sanitario en la Etapa de Distribución año 2007**

2007							
Empresa	RTD Red	RTD Cliente	Volumen (m <sup>3</sup> ANUAL)	Clientes	Volumen (m <sup>3</sup> ANUAL/cliente)	red (metros lineales)	Volumen (m <sup>3</sup> ANUAL/red lineal)
ANDINAS	0.935	0.611	405,636	1,471,999	0.28	11,533,762	0.04
ANTOFAGASTA	0.965	0.764	29,345	133,997	0.22	1,199,798	0.02
ARAUCANIA	0.928	0.787	31,683	183,920	0.17	1,751,557	0.02
CHAÑAR	0.996	0.823	15,108	74,861	0.20	588,634	0.03
CORDILLERA	0.951	0.788	60,300	116,357	0.52	1,127,593	0.05
DECIMA	0.991	0.871	7,795	37,264	0.21	363,013	0.02
DEL ALTIPLANO	0.987	0.826	26,566	128,163	0.21	1,047,740	0.03
DELVALLE	0.953	0.814	30,150	169,984	0.18	1,760,251	0.02
DOMINICOS	1.000	0.977	4,626	3,573	1.29	80,086	0.06
MAGALLANES	0.997	0.904	9,797	45,046	0.22	544,036	0.02
MANQUEHUE	0.999	0.975	8,784	5,878	1.49	193,465	0.05
NUEVOSUR	0.981	0.821	33,339	205,552	0.16	1,939,030	0.02
PATAGONIA	1.000	0.947	4,411	23,012	0.19	286,553	0.02
ESSAL	0.971	0.839	31,507	174,110	0.18	1,770,666	0.02
ESSBIO	0.936	0.793	120,695	631,109	0.19	5,925,498	0.02
ESVAL	0.939	0.815	92,303	509,443	0.18	4,325,480	0.02
SMAPA	0.993	0.853	45,263	179,440	0.25	1,445,698	0.03
SERVICOMUNAL	1.000	0.972	4,794	18,476	0.26	157,731	0.03
COOPAGUA	1.000	1.022	1,477	3,334	0.44	65,276	0.02
SANPEDRO	1.000	0.989	1,363	5,857	0.23	172,691	0.01
SANTIAGO	1.000	1.099	1,949	1,848	1.05	61,312	0.03
ASP	1.000	1.027	978	3,103	0.32	41,304	0.02
SERVILAMPA	1.000	1.032	1,127	4,527	0.25	56,333	0.02
ESSA	1.001	1.082	2,363	612	3.86	40,801	0.06

Fuente: Elaboración Propia

De aquí se puede apreciar que la empresa ESSA es la que se aparta de la tendencia de relativa homogeneidad en el indicador del volumen distribuido por cliente y en menor medida las firmas Manquehue y Los Dominicos. En el caso del volumen distribuido por



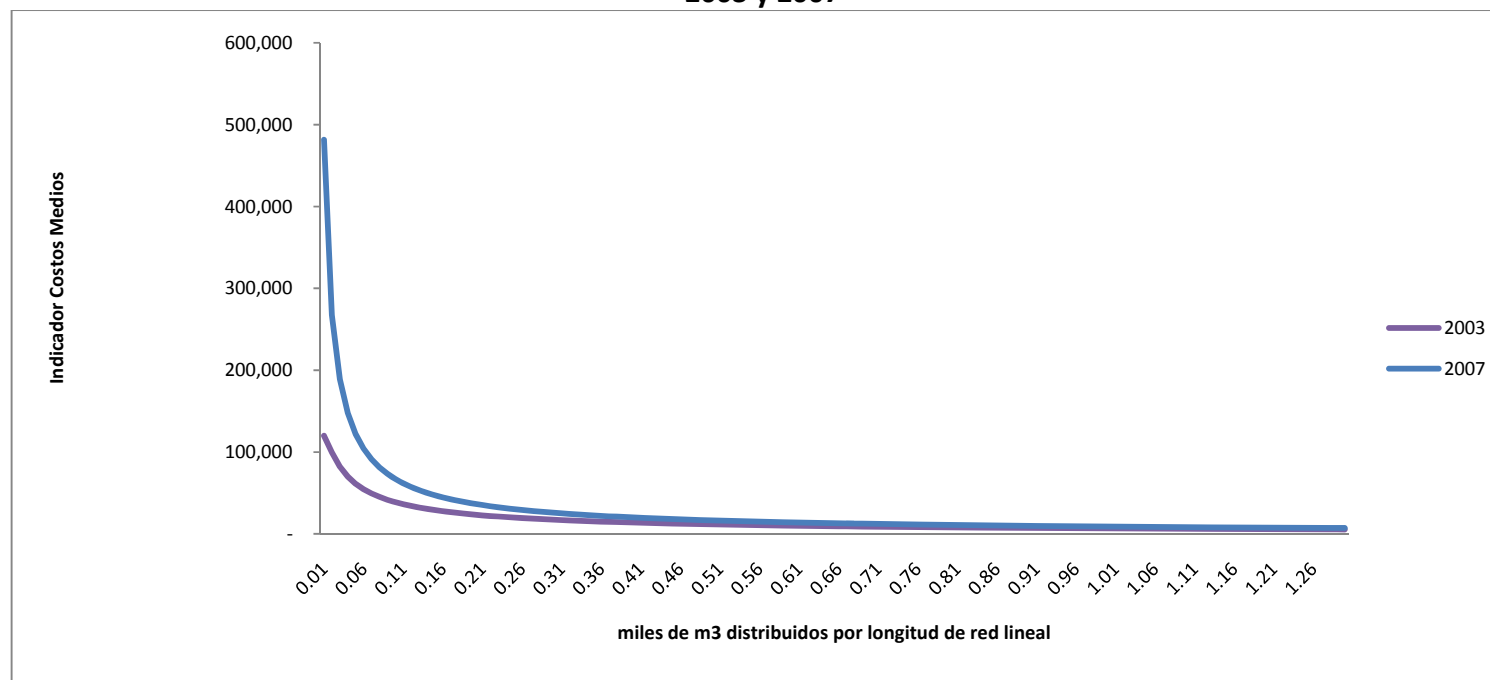
red los valores del indicador están acotados entre 0.01 y 0.06 miles de metros cúbicos por longitud red lineal.

Los valores de las economías de densidad en ambas variables, señalan que los espacios para explotar las economías de escala se mantienen relativamente constantes en relación al período anterior, por lo que las firmas ante un cambio porcentual unitario en el volumen distribuido por longitud de red o por cliente adicional, continúan con la relación entre sus costos variables operacionales con el volumen de agua potable distribuida.

De la misma manera que en el caso de las economías de escala, presentamos los gráficos con las estimaciones realizadas para una firma promedio, entendiéndose por esta a una empresa que mantiene constantes los precios de los factores productivos en los niveles promedio de la muestra, con la única variable explicativa consistente en el volumen distribuido por cliente y por longitud lineal de red.



**Gráfico 19. Curva Estimada de Costo Medio para la Firma Promedio en la Etapa de Distribución por Longitud de Red Lineal Años 2003 y 2007**



Fuente: Elaboración Propia

$$2003: CC/VOLUMEN = (1.188 + 0.443 * K + 0.226 * L + 0.351 * Y + 0.129 * KK - 0.045 * KL + 0.012 * LL - 0.081 * KY + 0.038 * LY + 0.022 * YY) / \text{Volumen}$$

$$2007: CC/VOLUMEN = (1.224 + 0.449 * K + 0.241 * L + 0.367 * Y + 0.124 * KK - 0.054 * KL + 0.050 * LL - 0.065 * KY + 0.030 * LY + 0.073 * YY) / \text{Volumen}$$

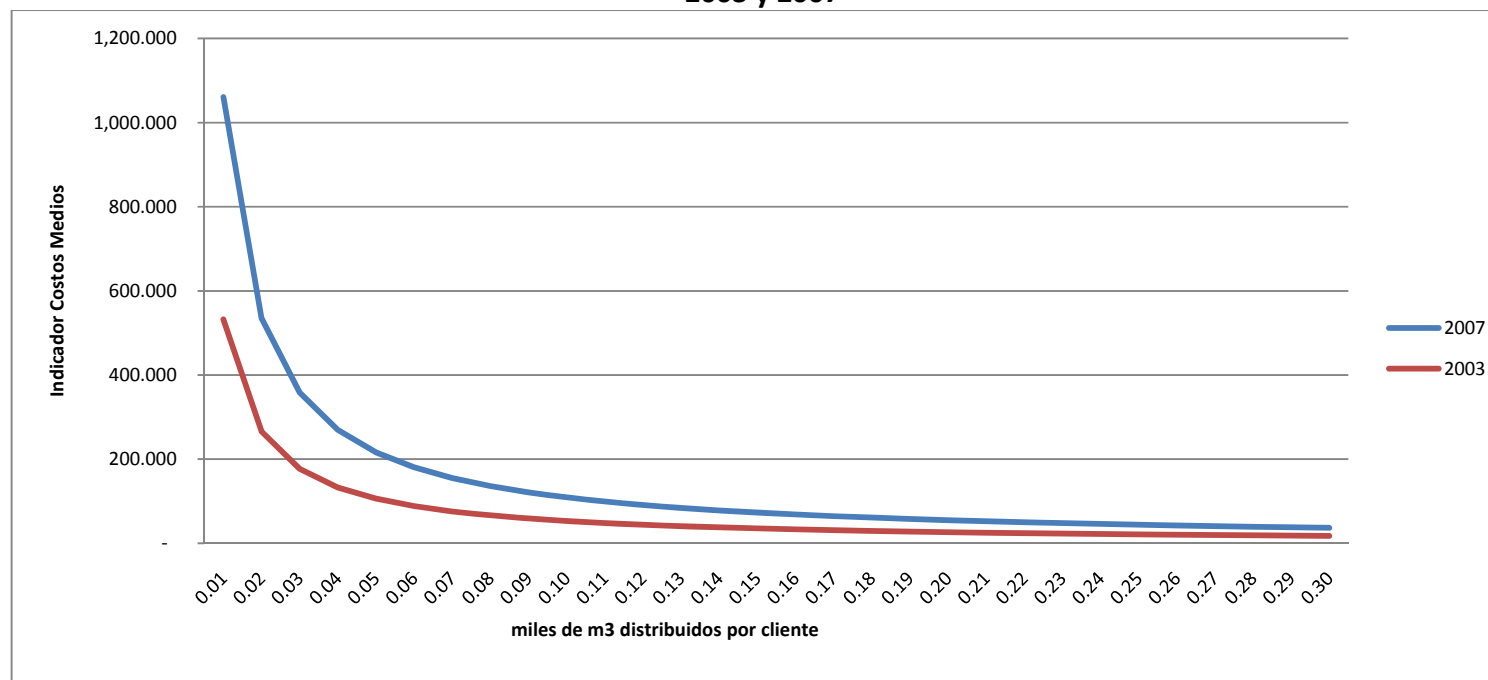


Los resultados señalan que, para una firma promedio el incremento en el volumen de agua potable que distribuye por longitud de red lineal lleva aparejado una contracción en los costos de operar en esa etapa, manteniendo constante el resto de los factores. Ello podría estar dado por ejemplo, en aumentar el volumen por sí sólo, manteniendo la longitud de red constante o por disminuir el largo de redes para un mismo volumen.

Se aprecia que según el rango de la curva, la mayoría de las firmas permanecen en zonas de aprovechamiento de las economías de densidad, con excepción de aquellas entidades que presentan más de 400 metros cúbicos por metro de red lineal.



**Gráfico 20. Curva Estimada de Costo Medio para la Firma Promedio la Etapa de Distribución para la Densidad de Cliente Años 2003 y 2007**



Fuente: Elaboración Propia

2003:  $CC/VOLUMEN=(1.023+0.472*K+0.203*L-0.066*Y+0.135*KK-0.041*KL-0.001*LL-0.001*KY+0.002*LY-0.008*YY)/Volumen$

2007:  $CC/VOLUMEN=(1.207+0.444*K+0.260*L+0.046*Y+0.147*KK-0.071*KL+0.058*LL-0.007*KY+0.004*LY+0.001*YY)/Volumen$





Lo mismo ocurre en el caso del volumen total de agua potable distribuida por red lineal de distribución. En este caso, la posibilidad de explotar economías de densidad se agotan a partir de los 200-300 metros cúbicos por cliente, por lo que las firmas que operen en dicho rango habrían agotado sus economías de densidad.

En cuanto a las elasticidades de los precios de los factores productivos y de sustitución, la siguiente tabla presenta los resultados encontrados.

**Tabla 18. Elasticidades para la Densidad de Red y Densidad de Clientes Escala de las Firmas del Sector Sanitario en la Etapa de Distribución**

	Elasticidad	2003	2007
Red	Precio Propio K	-0.791	-0.844
	Precio Propio L	-0.589	-0.551
	Sustitución K L	1.136	1.418
Cliente	Precio Propio K	-0.803	-0.849
	Precio Propio L	-0.616	-0.583
	Sustitución K L	1.143	1.393

Fuente: Elaboración Propia

Para ambos indicadores las elasticidades de precio propio de los factores responden a la intuición económica, donde en el 2003 ante un incremento del precio de cada factor en un 1%, las correspondientes cantidades de capital y trabajo disminuyen en un 0.79% y 0.59% en promedio para la densidad de red, mientras que para la densidad de cliente se contraen en un 0.80% y 0.62% en promedio. Un comportamiento equivalente se aprecia en el siguiente período de comparación.

En relación a las elasticidades de sustitución son todas mayores que la unidad, indicando que existe una relación de sustituibilidad entre el factor capital y el trabajo. Similar comportamiento se aprecia en el 2007.



## 6.2.2 Densidad Etapa de Recolección

En el caso de la etapa de recolección, presentamos las siguientes tablas con las correspondientes economías de densidad de red, para las firmas señaladas anteriormente en los años 2005 y 2007.

**Tabla 19. Economías de Densidad de Red y Densidad de Clientes Escala de las Firmas del Sector Sanitario en la Etapa de Recolección año 2005**

2005							
Empresa	RTD Cliente	RTD Red	Volumen recolectado (m <sup>3</sup> ANUAL)	Clientes	Volumen recolectado (m <sup>3</sup> ANUAL/cliente)	red (metros lineales)	Volumen recolectado (m <sup>3</sup> ANUAL/red lineal)
ANDINAS	0.618	0.600	316,559	1,387,267	0.228	8,879,249	0.036
ANTOFAGASTA	0.760	0.730	21,966	125,790	0.175	944,668	0.023
ARAUCANIA	0.805	0.783	24,962	172,503	0.145	1,505,440	0.017
CHAÑAR	0.832	0.802	11,421	72,423	0.158	645,036	0.018
CORDILLERA	0.814	0.787	44,893	107,469	0.418	895,045	0.050
DECIMA	0.841	0.798	6,044	35,703	0.169	354,291	0.017
DEL ALTIPLANO	0.836	0.819	20,513	121,107	0.169	854,630	0.024
DELVALLE	0.802	0.775	22,736	161,046	0.141	1,460,100	0.016
DOMINICOS	1.059	1.006	3,260	3,185	1.024	60,224	0.054
MAGALLANES	0.863	0.825	7,832	43,688	0.179	441,300	0.018
MANQUEHUE	0.997	0.930	5,744	4,983	1.153	116,264	0.049
NUEVOSUR	0.895	0.892	26,620	187,766	0.142	1,498,411	0.018
PATAGONIA	0.934	0.892	3,487	21,996	0.159	297,188	0.012
ESSAL	0.870	0.856	24,143	160,935	0.150	1,442,299	0.017
ESSBIO	0.829	0.830	94,462	590,228	0.160	4,488,055	0.021
ESVAL	0.819	0.820	70,305	490,423	0.143	3,039,355	0.023
SMAPA	0.859	0.854	36,405	172,845	0.211	1,039,589	0.035
SERVICOMUNAL	0.970	0.961	4,202	20,964	0.200	115,433	0.036
COOPAGUA	1.067	1.035	1,275	3,059	0.417	27,215	0.047

Fuente: Elaboración Propia

Se aprecia que para el año 2005 existen valores positivos de las economías de densidad, tanto a nivel de clientes y de red, los cual fluctúan en torno a la unidad. Puede inferirse



que la mayoría de las firmas disponen de espacios para explotar las economías de escala existentes en este período. Para el año 2007 se presenta la siguiente tabla:

**Tabla 20. Economías de Densidad de Red y Densidad de Clientes Escala de las Firmas del Sector Sanitario en la Etapa de Recolección año 2007**

2007							
Empresa	RTD Cliente	RTD Red	Volumen (m <sup>3</sup> ANUAL)	Clientes	Volumen (m <sup>3</sup> ANUAL/cliente)	red (metros lineales)	Volumen (m <sup>3</sup> ANUAL/red lineal)
ANDINAS	0.977	0.368	365,072	1,471,999	0.248	9,087,302	0.040
ANTOFAGASTA	0.979	0.613	26,411	133,997	0.197	949,982	0.028
ARAUCANIA	0.928	0.641	28,515	183,920	0.155	1,570,460	0.018
CHAÑAR	0.997	0.738	13,597	74,861	0.182	623,926	0.022
CORDILLERA	0.999	0.785	54,270	116,357	0.466	903,970	0.060
DECIMA	0.988	0.827	7,015	37,264	0.188	379,104	0.019
DEL ALTIPLANO	0.981	0.742	23,910	128,163	0.187	874,076	0.027
DELVALLE	0.949	0.683	27,135	169,984	0.160	1,520,274	0.018
DOMINICOS	1.000	1.657	4,163	3,573	1.165	62,722	0.066
MAGALLANES	0.994	0.835	8,817	45,046	0.196	448,993	0.020
MANQUEHUE	1.000	1.033	7,906	5,878	1.345	126,476	0.063
NUEVOSUR	0.963	0.789	30,005	205,552	0.146	1,516,695	0.020
PATAGONIA	1.000	0.902	3,970	23,012	0.173	234,281	0.017
ESSAL	0.967	0.760	28,356	174,110	0.163	1,542,818	0.018
ESSBIO	0.899	0.694	108,625	631,109	0.172	4,695,000	0.023
ESVAL	0.959	0.762	83,072	509,443	0.163	3,151,578	0.026
SMAPA	0.996	0.760	40,736	179,440	0.227	1,083,543	0.038
SERVICOMUNAL	1.000	1.043	4,314	18,476	0.234	105,320	0.041
COOPAGUA	1.000	1.219	1,329	3,334	0.399	36,646	0.036
SERVILAMPA	1.000	1.162	1,014	4,527	0.224	17,885	0.057

Fuente: Elaboración Propia

Los volúmenes distribuidos por cliente presentan mayores valores para las firmas Dominicos y Manquehue, mientras que el volumen distribuido por longitud de red lineal fluctúa 17 y 63 metros cúbicos anuales por metro de red lineal.



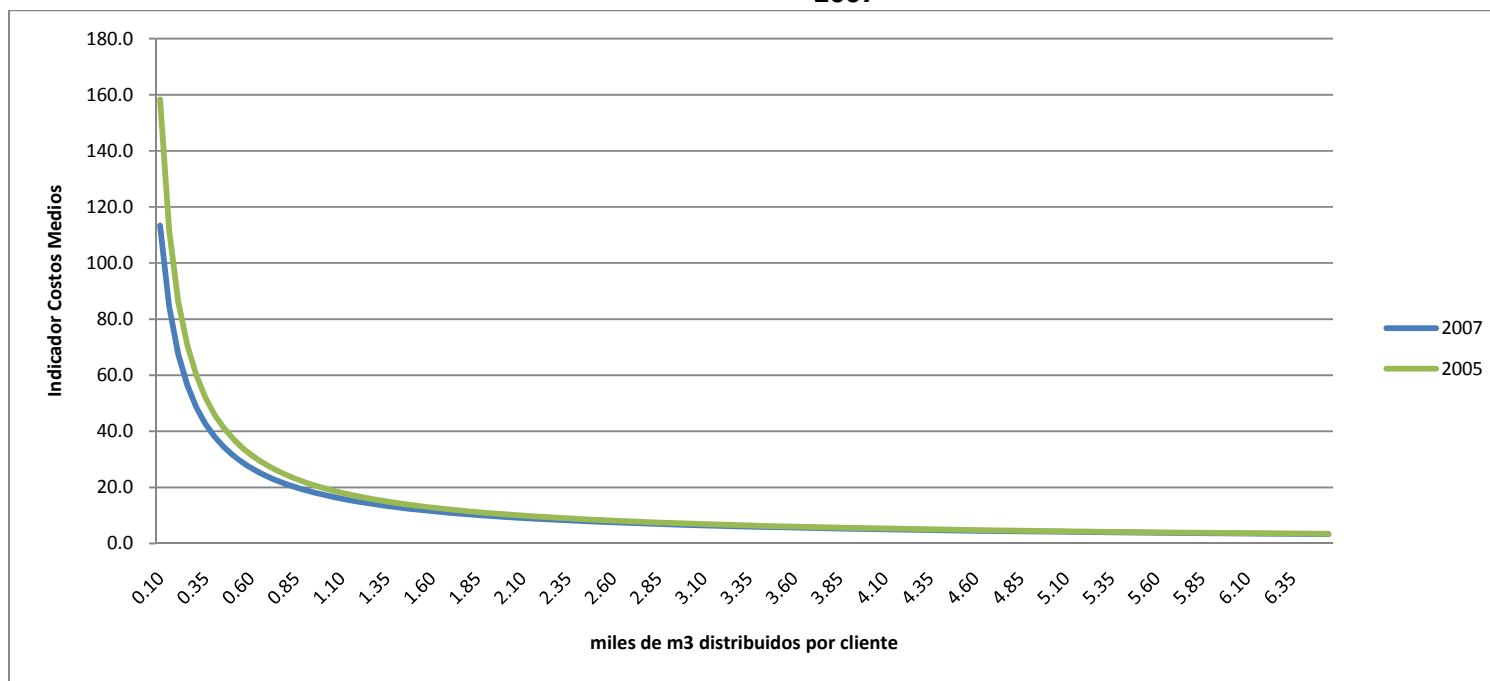
La interpretación de la presencia de economías de densidad señalaría para ambas variables que ante un alza porcentual unitario de la longitud de red o en un cliente adicional, los costos variables se contraen.

En el año 2007 se aprecian espacios relativos para el aprovechamiento de las economías de densidad por cliente en relación a la longitud de red, en esta etapa del ciclo sanitario.

A continuación presentamos los gráficos con las estimaciones realizadas para una firma promedio, con la única variable explicativa del volumen distribuido por longitud lineal de red y por cliente.



**Gráfico 21. Curva Estimada de Costo Medio Firma Promedio en la Etapa de Recolección por Longitud de Red Lineal Años 2003 y 2007**



Fuente: Elaboración Propia

2005:  $CC/VOLUMEN=(1.126+0.506*K+0.224*L+0.337*Y+0.107*KK-0.049*KL+0.042*LL-0.069*KY+0.033*LY+0.030*YY)/Volumen$

2007:  $CC/VOLUMEN=(1.015+0.673*K+0.151*L+0.460*Y+0.016*KK-0.013*KL+0.011*LL-0.091*KY+0.036*LY+0.078*YY)/Volumen$



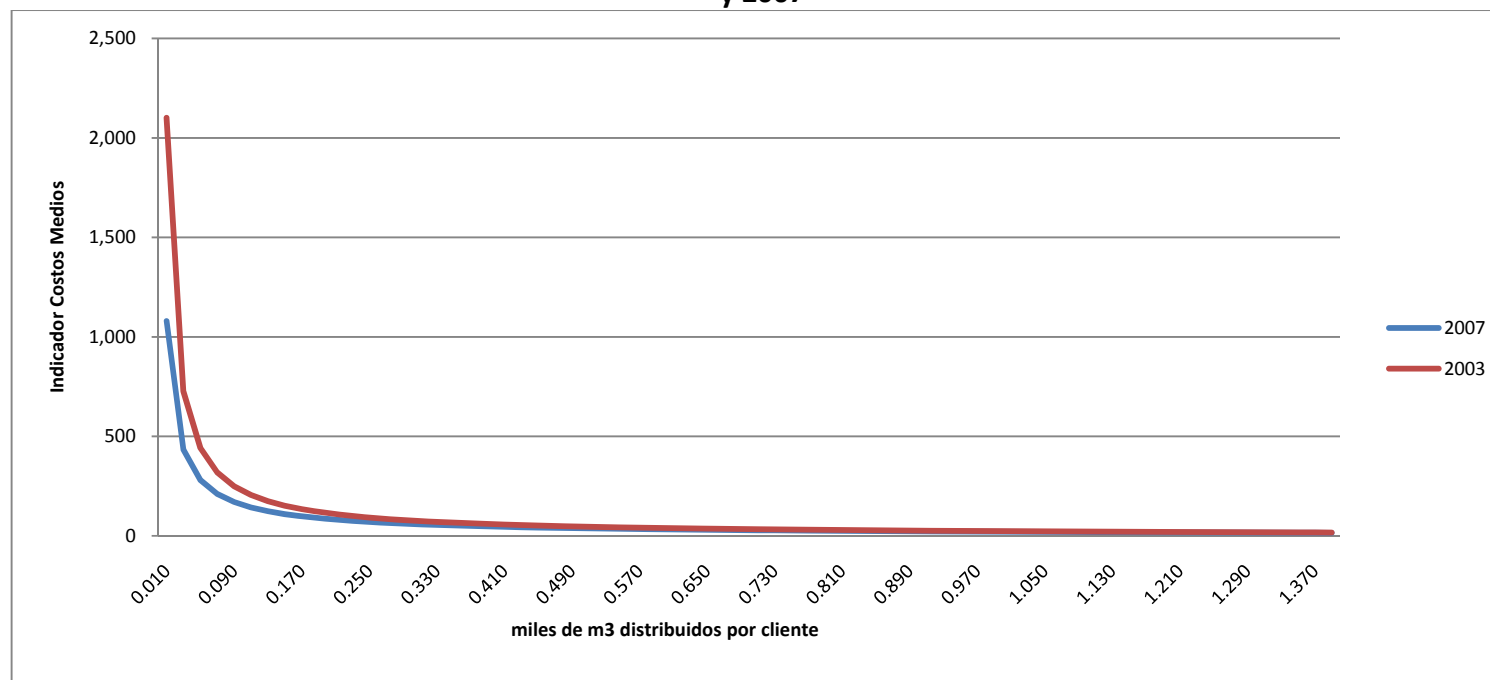
La firma promedio presenta similares disponibilidades de aprovechamiento de las economías de densidad de red en ambos años, en donde para densidades mayores a 300 metros cúbicos por metro lineal, la pendiente de la curva del indicador de costos medios se hace plana. Con ello, la posibilidad de explotar tales economías se agota.

De acuerdo a nuestros resultados, la mayoría de las empresas se encuentra trabajando en regiones en que aun es posible explotar las economías de densidad de redes.

En cuanto a la densidad por longitud de red, el siguiente gráfico revela el comportamiento para una firma promedio.



**Gráfico 22. Curva Estimada de Costo Medio para la Firma Promedio la Etapa de Recolección para la Densidad de Cliente Años 2003 y 2007**



Fuente: Elaboración Propia

2003:  $CC/VOLUMEN = (1.299 + 0.364 * K + 0.428 * L + 0.140 * Y + 0.177 * KK - 0.154 * KL + 0.140 * LL - 0.049 * KY + 0.005 * LY - 0.047 * YY) / Volumen$

2007:  $CC/VOLUMEN = (1.029 + 0.673 * K + 0.155 * L + 0.435 * Y + 0.011 * KK - 0.013 * KL + 0.013 * LL - 0.077 * KY + 0.032 * LY + 0.100 * YY) / Volumen$



Se aprecia que la disponibilidad de las economías de densidad por cliente para la firma promedio es menor en el 2007, dado que se alcanza la pendiente cero de la curva en un nivel de la variable respuesta en un nivel de densidad menor en relación al 2005. De acuerdo a nuestros resultados, la mayoría de las empresas se encuentran operando en niveles de densidad con montos inferiores al valor crítico (500-700 metros cúbicos por cliente anuales) que indica el término de la posibilidad de explotar las economías de densidad por cliente.

En cuanto a las elasticidades de los precios de los factores productivos y de sustitución, la siguiente tabla presenta los resultados encontrados.

**Tabla 21. Elasticidades para la Densidad de Red y Densidad de Clientes Escala de las Firmas del Sector Sanitario en la Etapa de Recolección**

	Elasticidad	2003	2007
Red	Precio Propio K	-3.446	-0.377
	Precio Propio L	-0.144	-0.618
	Sustitución K L	3.684	1.083
Cliente	Precio Propio K	-5.206	-0.375
	Precio Propio L	-0.123	-0.636
	Sustitución K L	5.409	1.095

Fuente: Elaboración Propia

De la misma manera que en el caso de la densidad en la distribución, en ambos indicadores las elasticidades de precio propio de los factores responden a la intuición económica, donde en el 2003 ante un incremento del precio de cada factor en un 1%, las correspondientes cantidades de capital y trabajo disminuyen en un 3.45% y 0.14% en promedio para la densidad de red, mientras que para la densidad de cliente se contraen en un 5.21% y 0.12% en promedio.

Se aprecia la gran sensibilidad del factor capital ante cambios en su precio en contraste con el trabajo, cuya demanda revela ser más bien inelástica ante una variación en su





precio propio. En el año 2007 la demanda de capital se hace inelástica ante variaciones en su precio, mientras que el trabajo incrementa sus sensibilidad en relación al período precio, aunque sigue siendo la demanda inelástica.

En el caso de las elasticidades de sustitución para el año 2003 son todas mayores que 1, indicando que existe una relación de sustituibilidad entre el factor capital y el trabajo. Similar comportamiento se aprecia en el 2007.

### 6.3 Aproximación Alternativa de Estimación de Economías de Densidad de Redes y Clientes.

En lo que respecta a las economías de densidad, una estrategia de estimación alternativa a la desarrollada anteriormente plantea corregir por la variable número de clientes por longitud de red, en las etapas de distribución y recolección. En este caso, la capacidad de producción varía, debido a que el número de clientes y la longitud de las redes de alcantarillado o de distribución son diferentes para las firmas. Luego, existirán economías de densidad si es que una expansión en la producción trae consigo una caída en los costos variables.

De manera similar a los casos señalados, la variación en las economías de densidad debería reflejarse en las pendientes de la curvas de las empresas típicas, donde en su generación se debe usar la siguiente expresión adaptada de Revollo et al (2008).

$$\begin{aligned} & \text{LnCV} \\ = & \alpha_0 + \alpha_Y \text{LnY} + \sum_i \beta_i \text{LnP}_i + \sum_k \gamma_k \text{LnZ}_k + \frac{1}{2} \alpha_{yy} (\text{LnY})^2 \\ & + \frac{1}{2} \sum_i \sum_j \varepsilon_{ij} (\text{LnP}_i)(\text{LnP}_j) + \sum_i \delta_{Yi} (\text{LnY})(\text{LnP}_i) + \sum_i \delta_{ik} \text{LnP}_i \text{LnZ}_k + \delta_{Yk} (\text{LnY})(\text{LnZ}_k) \\ & \sum_i \beta_i = 1; \sum_i \delta_{Yi} = 0; \sum_i \varepsilon_{ij} = 0; \sum_i \delta_{Yi} = 0; \varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji} \end{aligned}$$



Las ecuaciones de participación de costos de acuerdo al Lema de Sheppard son:

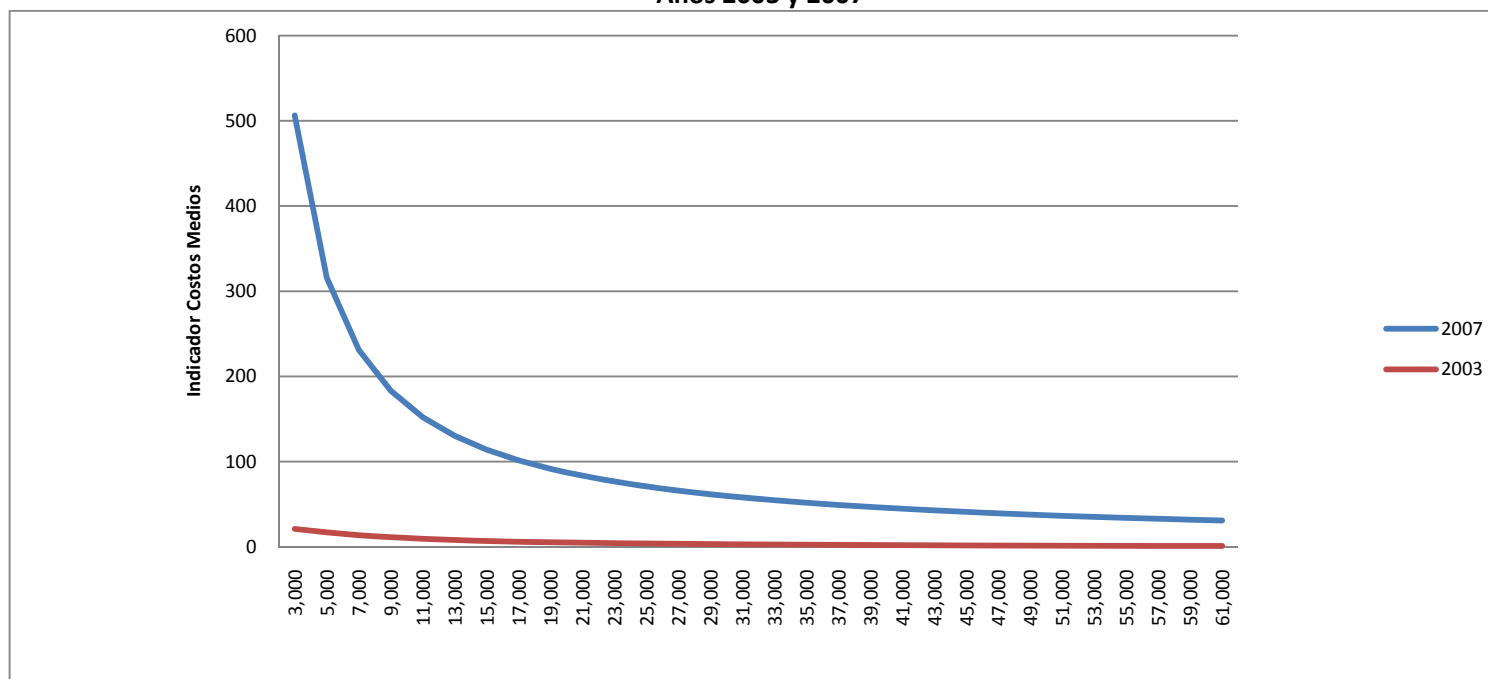
$$S_i = \frac{P_i X_i}{CV} = \frac{\partial \ln CV}{\partial \ln P_i} = \beta_i + \sum_j \varepsilon_{ij} \ln P_j + \delta_{Yi} \ln Y + \delta_{ik} \ln Z_k$$

Donde:  $P_i$  son los precios de los factores (trabajo y capital),  $Y$  es el volumen anual facturado (m<sup>3</sup>),  $Z_k$  son las características del sector de agua potable o alcantarillado ( en nuestro caso la razón clientes por longitud de red).

El análisis se llevó a cabo de la misma manera que en los casos anteriores, utilizando el programa E- views. Los resultados son los siguientes para la etapa de distribución, en donde presentamos los años 2003 y 2007:



**Gráfico 23. Curva Estimada de Costo Medio Firma Promedio en la Etapa de Distribución corrigiendo por cliente por Longitud de Red Lineal  
Años 2003 y 2007**



Fuente: Elaboración Propia

2003:  $CC/VOLUMEN = (1.419 + 0.334 * K + 0.327 * L + 0.983 * Y - 0.024 * KK + 0.062 * KL - 0.088 * LL - 0.013 * KY - 0.226 * LY - 0.350 * YY + 0.577 * CL * Y + 0.134 * CL * K + 0.719 * CL * L) / \text{Volumen}$

2004:  $CC/VOLUMEN = (1.219 + 0.296 * K + 0.329 * L + 0.976 * Y + 0.334 * KK - 0.065 * KL + 0.130 * LL - 0.040 * KY - 0.017 * LY - 0.017 * YY + 0.134 * CL * Y + 0.206 * CL * K + 0.096 * CL * L) / \text{Volumen}$



Los resultados indican que, para una firma promedio el incremento en el volumen de agua potable que distribuye por cliente sobre longitud de red lineal, implica la existencia de una contracción en los costos de operar en esa etapa, manteniendo constante el resto de los factores.

Cabe mencionar que estos resultados para esta etapa son similares a los presentados en el análisis de densidad por cliente y por longitud de red, de manera separada.

Se aprecia que los espacios para explotar las economías de densidad han aumentado en el 2007, en donde en el primer año considerado existía un agotamiento en niveles de volúmenes mucho menores, en relación al año final.

De acuerdo a los autores anteriores, las economías de densidad se calculan de la siguiente manera:

$$RTD = \frac{1 - \frac{\partial CV}{\partial Z_k}}{\frac{\partial CV}{\partial Y}}$$

Presentamos las siguientes tablas con las correspondientes economías de densidad de red, para las firmas señaladas anteriormente en los años 2003 y 2007.

**Tabla 22. Economías de Densidad por Clientes por longitud lineal de red de las Firmas del Sector Sanitario en la Etapa de Distribución año 2003 y 2007**

Firma	2003	2007
	SCD	SCD
ANDINAS	-2.448	0.682
ANTOFAGASTA	0.888	1.033
ARAUCANIA	1.153	1.116
CHAÑAR	0.982	1.142
CORDILLERA	0.548	0.951
DECIMA	1.351	1.217



DEL ALTIPLANO	1.097	1.051
DELVALLE	0.699	1.040

**Tabla 22. Economías de Densidad por Clientes por longitud lineal de red de las Firmas del Sector Sanitario en la Etapa de Distribución año 2003 y 2007 (cont.)**

Firma	2003	2007
	SCD	SCD
DOMINICOS	1.626	1.302
MAGALLANES	1.355	1.213
MANQUEHUE	1.247	1.220
NUEVOSUR	1.345	1.020
PATAGONIA	2.007	1.425
ESSAL	1.237	1.035
ESSBIO	0.867	0.893
ESVAL	0.652	0.955
SMAPA	1.362	1.007
SERVICOMUNAL	1.315	1.329
COOPAGUA		1.407
SANPEDRO		1.383
SANTIAGO		1.510
ASP		1.438
SERVILAMPA		1.475
ESSA		1.297

Fuente: Elaboración Propia

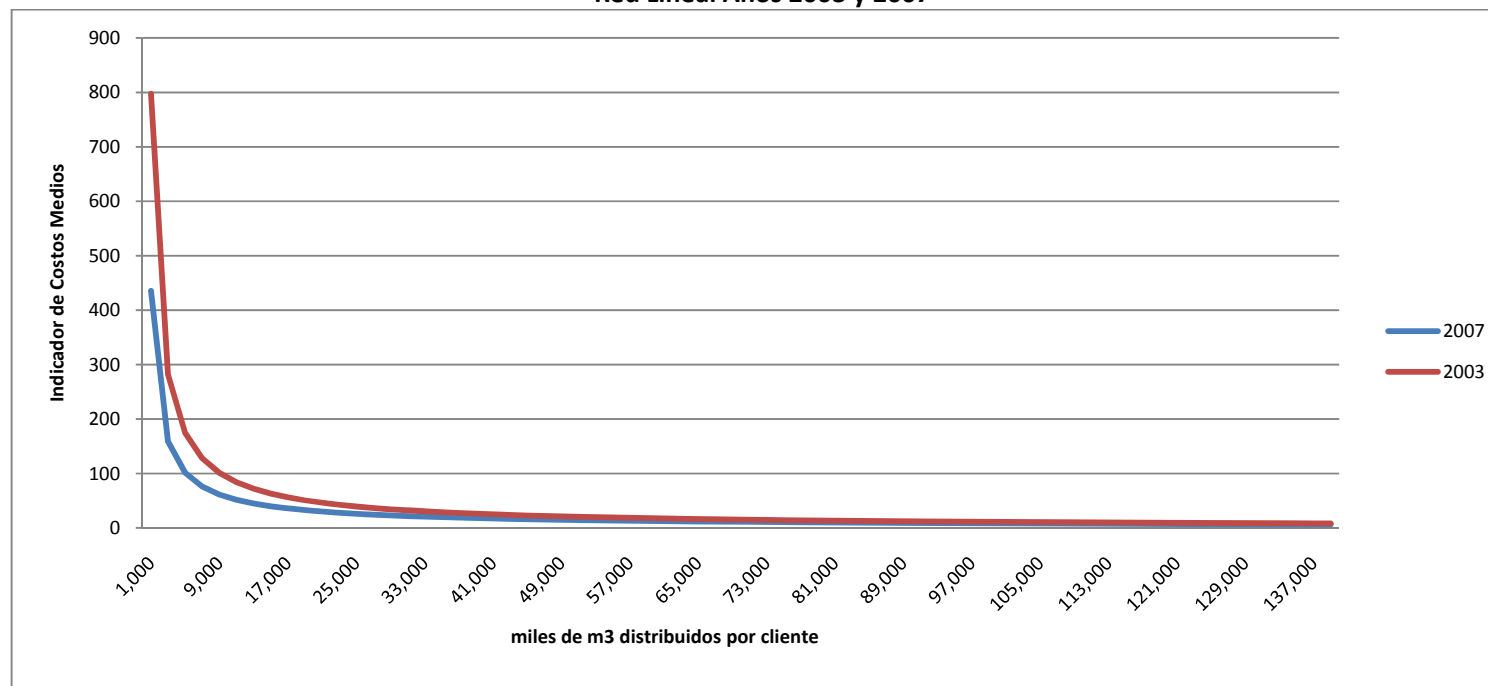
Apreciamos incluso que la mayoría no presenta economías de escala, aunque los espacios para la explotación se presentan en el 2007. La mayoría de las firmas presentan similares espacios para la explotación de economías de escala entre ambos períodos. La presencia de un mayor número de firmas en el 2007 permite aproximar de mejor manera el comportamiento en cuanto a la posibilidad de explotar economías de escala, las cuales en dicho período se agotan en volúmenes distribuidos por encima de los 55,000 miles de metros cúbicos.



Para la etapa de recolección presentamos las curvas estimadas para los años 2005 y 2007:



**Gráfico 24. Curva Estimada de Costo Medio Firma Promedio en la Etapa de Recolección Distribución corrigiendo por cliente por Longitud de Red Lineal Años 2003 y 2007**



Fuente: Elaboración Propia

2003:  $CC/VOLUMEN = (1.163 + 0.346 * K + 0.383 * L + 1.095 * Y + 0.152 * KK + 0.001 * KL + 0.089 * LL - 0.016 * KY - 0.029 * LY + 0.134 * YY - 0.301 * CL * Y + 0.030 * CL * K - 0.102 * CL * L) / Volumen$

2004:  $CC/VOLUMEN = (1.026 + 0.314 * K + 0.396 * L + 0.775 * Y - 0.052 * KK - 0.049 * KL + 0.039 * LL - 0.065 * KY + 0.014 * LY + 0.275 * YY - 0.560 * CL * Y + 0.165 * CL * K + 0.018 * CL * L) / Volumen$



Los resultados indican que, para una firma promedio el incremento en el volumen de agua potable que recolecta por cliente sobre la longitud de red lineal, lleva consigo una contracción en los costos de operar en esa etapa, manteniendo constante el resto de los factores. Al igual que en el caso de la etapa de distribución, los resultados para esta etapa son similares a los presentados en el análisis de densidad por cliente y por longitud de red, de manera separada.

Se aprecia que los espacios para explotar las economías de densidad se han reducido en el 2007, en donde en el primer año considerado existía un agotamiento en niveles de volúmenes relativamente mayores. De todas formas, para volúmenes recolectados mayores los espacios para explotación disminuyen en similar forma.

Presentamos las siguientes tablas con las correspondientes economías de densidad de red, para las firmas señaladas anteriormente en los años 2003 y 2007.





**Tabla 23. Economías de Densidad por Clientes por longitud lineal de red de las Firmas del Sector Sanitario en la Etapa de Recolección año 2003 y 2007**

Firma	2003	2007
	SCD	SCD
ANDINAS	1.222	1.597
ANTOFAGASTA	0.816	1.088
ARAUCANIA	0.694	1.166
CHAÑAR	0.611	0.768
CORDILLERA	0.943	1.393
DECIMA	0.645	-0.070
DEL ALTIPLANO	0.805	1.054
DELVALLE	0.933	1.098
DOMINICOS	-0.029	2.460
MAGALLANES	0.682	0.241
MANQUEHUE	0.404	0.244
NUEVOSUR	0.665	1.203
PATAGONIA	0.264	-1.966
ESSAL	0.801	1.143
ESSBIO	1.013	1.475
ESVAL	1.048	1.452
SMAPA	0.956	1.222
SERVICOMUNAL	0.324	-2.200
COOPAGUA	-0.259	4.236
SANPEDRO	1.222	1.597
SANTIAGO	0.816	1.088
ASP	0.694	1.166
SERVILAMPA	0.611	0.768
ESSA	0.943	1.393

Fuente: Elaboración Propia

De esta tabla es posible observar que la mayoría de las firmas presentan espacios similares para la explotación de economías de densidad entre ambos períodos, las cuales se agotan en volúmenes recolectados antes de los 50 millones de metros cúbicos, según el gráfico anterior.



## 7. CONCLUSIONES

Con la información entregada por la Superintendencia de Servicios Sanitarios (SISS), se procedió a construir una base de datos con los costos incurridos por cada empresa prestadora del servicio en las diferentes etapas del ciclo sanitario establecido, llámese producción, distribución, recolección y tratamiento, para el período 2003-2007, además de la faceta administrativa. Con esta información se procedió a estimar las economías de escala y de densidad a nivel de industria y empresa específica, utilizando análisis de corte transversal y de datos de panel.

Entre los resultados más relevantes de este estudio se pueden destacar los siguientes:

### SOBRE ECONOMIAS DE ESCALA

#### Estudio con datos de corte transversal

- En la *etapa de producción*, todos los períodos agotan el aprovechamiento de las economías de escala simultáneamente en similar nivel de volumen. Se verifica la existencia de economías de escala en los tres períodos para volúmenes menores al rango de entre 39 - 41 millones de metros cúbicos producidos anualmente. Es decir, las firmas que operen en zonas con volúmenes mayores a dicha cantidad habrían agotado la posibilidad de explotar tales economías. De esta manera, nuestros resultados señalan que el 56, 55 y 54% de las firmas analizadas tiene posibilidad de explotar economías de escala no aprovechadas en los años 2003, 2005 y 2007, respectivamente.
- Al igual que en la etapa anterior, en la *etapa de distribución* todos los períodos agotan el aprovechamiento de las economías de escala simultáneamente en similar nivel de volumen. Se verifica la existencia de economías de escala en los



- tres períodos para volúmenes menores al rango de entre 19 - 20 millones de metros cúbicos distribuidos anualmente. Dado lo anterior, el 39, 50 y 54% de las empresas tiene posibilidad de explotar economías de escala no aprovechadas en los años 2003, 2005 y 2007, respectivamente.
- En la *etapa de recolección* las economías de escala tienden a agotarse antes de los 15 millones de metros cúbicos recolectados anualmente, por lo que una firma promedio que opere en un nivel inferior podría explotar economías de escala en esta etapa. Dado lo anterior, el 50, 48 y 54% de las empresas analizadas tiene posibilidad de explotar economías de escala no aprovechadas en los años 2003, 2005 y 2007, respectivamente.
  - En la *etapa de tratamiento*, se verifican la posibilidad de explotar economías de escala en volúmenes de hasta casi 35 millones de metros cúbicos tratados anualmente para el 2003. En el siguiente período, existe un agotamiento en la posibilidad de escala en un nivel de volumen cercano a los 20 millones de metros cúbicos tratados anualmente. Con ello cerca del 80 y 50% de las firmas analizadas tiene posibilidad de explotar economías de escala no aprovechadas en los años 2003 y 2007, respectivamente.
  - En la *actividad administrativa* se verifican economías de escala a partir de 41 millones de metros cúbicos anuales, para el ciclo sanitario completo, por lo que las empresas que disponen de espacios para explotar economías de escala, operan en forma conjunta con volúmenes agregados inferior a dicho monto.
  - El Tribunal de Defensa de la Libre Competencia (TDLC), en su sentencia N° 85/2009, con fecha dos de julio del presente año determinó que la existencia de economías de escala, al menos en la etapa de producción de agua potable y en la



etapa de disposición de aguas servidas, era una materia no controvertida entre las partes. El presente estudio confirma empíricamente los supuestos realizados por el TDLC. En particular, la evidencia presentada por este estudio señala que el aprovechamiento potencial de espacios para explotar las economías de escala varía dependiendo de la etapa del ciclo sanitario y de los volúmenes de operación correspondientes, los cuales se han calculado y se presentan en detalle en el cuerpo principal de este estudio. Cabe destacar que, considerando el caso de una empresa promedio, los espacios para explotar las economías de escala son más evidentes en las etapas de producción y tratamiento.

- El análisis general implicó construir una curva que relacionó el indicador de los costos medios con el volumen de agua utilizada en la correspondiente operación del ciclo sanitario. De esta forma, se apreció que existe un amplio rango de la curva en que la pendiente es cero, lo cual puede interpretarse como que las firmas están trabajando con retornos constantes a escala.
- La identificación de tales rangos es importante como herramienta de evaluación para el análisis de reestructuración de la industria del sector sanitario, en donde las empresas que trabajan en la porción plana de la curva revelan fidedignamente el costo agregado de sus operaciones.
- Las elasticidades precio propia de los factores productivos son negativas en todos los períodos y etapas del ciclo sanitario y en la administración, por lo que un incremento en el precio de cualquiera de los factores lleva consigo una disminución de su cantidad demandada.
- Las elasticidades de sustitución entre el capital y el trabajo son mayores a la unidad en todas las etapas del ciclo sanitario (con excepción del 2003 en la etapa



de distribución, en donde la elasticidad de sustitución es inferior pero cercana a la unidad), revelando una relación de sustituibilidad entre los factores. Luego, si ocurre un alza en el precio del factor trabajo, se produce un incremento en la tasa de la demanda del capital sobre la demanda del trabajo.

- En todas las etapas y períodos del ciclo sanitario, con excepción de la producción en el 2007, un porcentaje al menos igual de empresas de todas las evaluadas en el correspondiente período y etapa redujo sus costos medios declarados. Ello podría interpretarse como un aprovechamiento de economías de escala o de mejoramiento de procesos atribuibles a cambios tecnológicos.
- Cabe destacar, que esta opción no es trivial debido principalmente a que la única forma de crecer en termino de producción en este contexto, es que 2 o más empresas se fusionen. Hay que considerar que las fusiones envuelven complejidades desde el punto de vista organizacional y económico que hacen que la opción de explotar las economías de escala no sea una empresa fácil.

#### **Estudio con datos de panel**

- La metodología de panel nos permitió resolver el problema *del efecto confundido* relacionado al cambio tecnológico que experimentan las firmas entre cada período. Este análisis nos permitió validar nuestros resultados encontrados aplicando una metodología econométrica de corte transversal y así poder asegurar la robustez de nuestros resultados.
- La metodología de panel estima de manera similar para las etapas de *producción* y *tratamiento* del ciclo sanitario, en donde existen mayores espacios para el aprovechamiento de las economías de escala por parte de las firmas.



- En el caso de las otras etapas (*distribución y recolección*), se estimó que las firmas en promedio permanecen en zonas en donde se trabaja a rendimientos constantes a escala, por lo que los espacios para explotar escalas son menores.

#### **SOBRE ECONOMIAS DE DENSIDAD**

- Se verifican economías de densidad por *volumen distribuido* por longitud de red y número de clientes a partir de 400 metros cúbicos por longitud de red lineal y de 200-300 metros cúbicos por cliente.
- Se verifican economías de densidad por *volumen recolectado* por longitud de red y número de clientes a partir de 300 metros cúbicos por longitud de red lineal y de 500-700 metros cúbicos por cliente.
- Para chequear la robustez del modelo se aplicó una metodología alternativa para estimar economías de densidad, en donde se utilizó de manera separada las variables cliente y longitud de red, basado en Revollo et al (2008). Los resultados de esta metodología alternativa no varían de forma importante, confirmando la validez de los resultados presentados anteriormente y que se basaban en Nauges y Van der Berg (2008).



## Referencias

- Ashton, John (2003) “Capital Utilisation and Scale in the English and Welsh Water Industry” *The Service Industries Journal*, vol. 23(5), págs. 137-149.
- Bottasso, A. y Conti, M. (2004) *Regulated Competition and Cost Efficiency in the English and Welsh Water Industry*, mimeo DIEM, Università di Genova.
- Christensen LR, Greene WH, 1976. Economies of scale in U.S. electric power generation. *Journal of Political Economy* 84, 655–676.
- Fabbri, P. y G. Fraquelli (2000) “Costs and Structure of Technology in the Italian Water Industry” *Empirica*, vol. 27(1), págs. 65-82.
- Filippini, M.; N. Hrovatin y J. Zoric (2008) “Cost Efficiency of Slovenian Water Distribution Utilities: an Application of Stochastic Frontier Methods” *Journal of Productivity Analysis* vol. 29(2), págs. 169-182.
- Fraquelli, Giovanni y Valentina Moiso (2005) “Cost Efficiency and Economies of Scale in the Italian Water Industry” <http://www-1.unipv.it/websiep/wp/420.pdf>.
- Garcia, Serge y Alban Thomas (2001) “The Structure of Municipal Water Supply Costs: Application to a Panel of French Local Communities” *Journal of Productivity Analysis*, vol. 16(1), págs. 5-29.
- Garcia, Serge; Michel Moreaux y Arnaud Reynaud (2007) “Measuring Economies of Vertical Integration in Network Industries: an Application to the Water Sector” *International Journal of Industrial Organization*, vol. 25(4), págs. 791-820.
- Hayes, K. (1987) “Cost Structure of the Water Utility Industry” *Applied Economics*, vol. 19(3), págs. 417-425.
- Iimi Atsushi (2008) “(Un)Bundling Public-Private Partnership Contracts in the Water Sector: Competition in Auctions and Economies of Scale in Operation” *Policy Research Working Paper Series 4459*. The World Bank.



- Kim, Euijune y Hyun, Lee (1998) “Spatial Integration of Urban Water Services and Economies of Scale” *Review of Urban & Regional Development Studies*, vol. 10(1), págs. 3-18.
- Kim, Youn y Robert, Clark (1988) “Economies of Scale and Scope in Water Supply” *Regional Science and Urban Economics*, vol. 18(4), págs. 479-502.
- Mizutani, F. y T. Urakami (2001) “Identifying Network Density and Scale Economies for Japanese Water Supply Organizations” *Papers in Regional Science*, vol. 80(2), págs. 211-230.
- Nauges, Céline y Caroline van den Berg (2007) “How “Natural” are Natural Monopolies in the Water Supply and Sewerage Sector? Case Studies from Developing and Transition Economies” *Policy Research Working Paper Series 4137*, The World Bank.
- Nauges, Céline y Caroline van den Berg (2008) “Economies of Density, Scale and Scope in the Water Supply and Sewerage Sector: a Study of Four Developing and Transition Economies” *Journal of Regulatory Economics*, vol. 34(2), págs. 144-188.
- Nerlove, 1963. Returns to Scale in Electricity Supply. In *Measurement in Economics- Studies in Mathematical Economics and Econometrics* in Memory of Yehuda Grunfeld, edited by Carl F. Christ. Stanford, Calif.: Stanford Univ. Press.
- Piacenza M., Vannoni D., 2004. Choosing among alternative cost function specifications: An application to Italian multi-utilities. *Economics Letters*, vol 82, 415.
- Revollo, D. y G. Londoño (2008) Análisis de Economías de Escala y Alcance en los Servicios de Acueducto y Alcantarillado en Colombia. Comisión de Regulación de Agua Potable y Saneamiento Básico. [http://www.cra.gov.co/portal/www/resources/ogq\\_eescala.pdf](http://www.cra.gov.co/portal/www/resources/ogq_eescala.pdf).
- Saal, David y David Parker (2000) “The Impact of Privatization and Regulation on the Water and Sewerage Industry in England and Wales: a Translog Cost Function Approach” *Managerial and Decision Economics*, vol. 21(6), págs. 253-268.





- Saal, David; David Parker y Tom Weyman-Jones (2007) “Determining the Contribution of Technical Change, Efficiency Change and Scale Change to Productivity Growth in the Privatized English and Welsh Water and Sewerage Industry: 1985 – 2000” *Journal of Productivity Analysis*, vol. 28(1), págs. 127-139.
- Shih, Jih-Shyang ; Winston Harrington; William Pizer y Kenneth Gillingham (2004) “Economies of Scale and Technical Efficiency in Community Water Systems” *Discussion Papers 04-15, Resources For the Future* <http://www.rff.org/RFF/Documents/RFF-DP-04-15.pdf>.
- Torres, Marcelo y Catherine J. Morrison Paul (2006) “Driving Forces for Consolidation or Fragmentation of the US Water Utility Industry: A Cost Function Approach with Endogenous Output” *Journal of Urban Economics*, vol. 59(1), págs. 104-120.



## Anexo

### A1. Funciones de costos estimadas Economías de Escala

#### A1.1. Producción

System: TRANSLOG Año 2003				
Estimation Method: Iterative Seemingly Unrelated Regression				
Date: 11/23/09 Time: 20:34				
Sample: 1 18				
Included observations: 18				
Total system (balanced) observations 54				
Simultaneous weighting matrix & coefficient iteration				
Convergence achieved after: 16 weight matrices, 17 total coef iterations				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	1.290244	0.153784	8.389999	0.0000
C(2)	0.288284	0.066667	4.324257	0.0001
C(3)	0.424543	0.058948	7.202023	0.0000
C(4)	0.260711	0.100244	2.600752	0.0126
C(5)	0.208784	0.025340	8.239315	0.0000
C(6)	-0.130165	0.023397	-5.563398	0.0000
C(7)	0.106733	0.028426	3.754755	0.0005
C(8)	-0.067772	0.016907	-4.008544	0.0002
C(9)	0.037471	0.015132	2.476337	0.0172
C(10)	0.079779	0.056689	1.407298	0.1664
Determinant residual covariance		7.61E-07		
Equation: $CC = C(1) + C(2)*K + C(3)*L + C(4)*Y + C(5)*KK + C(6)*KL + C(7)*LL + C(8)*KY + C(9)*LY + C(10)*YY$				
Observations: 18				
R-squared	0.801709	Mean dependent var	2.555052	
Adjusted R-squared	0.578632	S.D. dependent var	0.719640	
S.E. of regression	0.467139	Sum squared resid	1.745751	
Prob(F-statistic)	1.064526			
Equation: $SK = C(2) + C(5)*K + C(6)*L + C(8)*Y$				
Observations: 18				



R-squared	0.775298	Mean dependent var	0.800594
Adjusted R-squared	0.727148	S.D. dependent var	0.244595
S.E. of regression	0.127765	Sum squared resid	0.228535
Prob(F-statistic)	1.097983		
Equation: SL= C(3) + C(6)*K + C(7)*L+ C(9)*Y			
Observations: 18			
R-squared	0.606474	Mean dependent var	0.114042
Adjusted R-squared	0.522147	S.D. dependent var	0.163746
S.E. of regression	0.113193	Sum squared resid	0.179376
Prob(F-statistic)	1.436076		

System: TRANSLOG Año 2005				
Estimation Method: Iterative Seemingly Unrelated Regression				
Date: 11/23/09 Time: 20:35				
Sample: 1 22				
Included observations: 22				
Total system (balanced) observations 66				
Simultaneous weighting matrix & coefficient iteration				
Convergence achieved after: 10 weight matrices, 11 total coef iterations				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	1.333732	0.148873	8.958874	0.0000
C(2)	0.333784	0.063724	5.237983	0.0000
C(3)	0.365366	0.057154	6.392703	0.0000
C(4)	0.090440	0.078938	1.145712	0.2568
C(5)	0.189111	0.023207	8.149027	0.0000
C(6)	-0.107120	0.023184	-4.620332	0.0000
C(7)	0.088183	0.032327	2.727873	0.0085
C(8)	-0.045851	0.014777	-3.102951	0.0030
C(9)	0.012968	0.013377	0.969360	0.3365
C(10)	-0.054144	0.037805	-1.432172	0.1577
Determinant residual covariance		8.82E-07		
Equation: CC = C(1) + C(2)*K + C(3)*L + C(4)*Y + C(5)*KK + C(6)*KL + C(7) *LL + C(8)*KY + C(9)*LY + C(10)*YY				



Observations: 22			
R-squared	0.743948	Mean dependent var	2.640319
Adjusted R-squared	0.551909	S.D. dependent var	0.620226
S.E. of regression	0.415177	Sum squared resid	2.068461
Prob(F-statistic)	1.017459		
Equation: SK = C(2) + C(5)*K + C(6)*L + C(8)*Y			
Observations: 22			
R-squared	0.743957	Mean dependent var	0.820977
Adjusted R-squared	0.701283	S.D. dependent var	0.235776
S.E. of regression	0.128863	Sum squared resid	0.298903
Prob(F-statistic)	1.161709		
Equation: SL= C(3) + C(6)*K + C(7)*L+ C(9)*Y			
Observations: 22			
R-squared	0.530982	Mean dependent var	0.103351
Adjusted R-squared	0.452812	S.D. dependent var	0.149480
S.E. of regression	0.110574	Sum squared resid	0.220079
Prob(F-statistic)	1.913996		

System: TRANSLOG Año 2007  
 Estimation Method: Iterative Seemingly Unrelated Regression  
 Date: 11/23/09 Time: 20:38  
 Sample: 1 24  
 Included observations: 24  
 Total system (balanced) observations 72  
 Simultaneous weighting matrix & coefficient iteration  
 Convergence achieved after: 14 weight matrices, 15 total coef iterations

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	1.248654	0.160066	7.800855	0.0000
C(2)	0.426580	0.063108	6.759481	0.0000
C(3)	0.365559	0.057212	6.389526	0.0000
C(4)	0.018895	0.065978	0.286382	0.7755
C(5)	0.155424	0.019644	7.912003	0.0000
C(6)	-0.110111	0.020662	-5.329063	0.0000
C(7)	0.085377	0.032844	2.599448	0.0117
C(8)	-0.024051	0.012934	-1.859414	0.0677
C(9)	0.002868	0.012434	0.230617	0.8184



C(10)	-0.060297	0.025435	-2.370626	0.0209
Determinant residual covariance		1.04E-06		
Equation: CC = C(1) + C(2)*K + C(3)*L + C(4)*Y + C(5)*KK + C(6)*KL + C(7) *LL + C(8)*KY + C(9)*LY + C(10)*YY				
Observations: 24				
R-squared	0.811973	Mean dependent var	2.766946	
Adjusted R-squared	0.691099	S.D. dependent var	0.785130	
S.E. of regression	0.436366	Sum squared resid	2.665814	
Prob(F-statistic)	0.766741			
Equation: SK = C(2) + C(5)*K + C(6)*L + C(8)*Y				
Observations: 24				
R-squared	0.652304	Mean dependent var	0.837144	
Adjusted R-squared	0.600149	S.D. dependent var	0.234834	
S.E. of regression	0.148495	Sum squared resid	0.441013	
Prob(F-statistic)	1.024289			
Equation: SL= C(3) + C(6)*K + C(7)*L + C(9)*Y				
Observations: 24				
R-squared	0.457236	Mean dependent var	0.093965	
Adjusted R-squared	0.375821	S.D. dependent var	0.159627	
S.E. of regression	0.126114	Sum squared resid	0.318093	
Prob(F-statistic)	2.058260			

## A1.2. Distribución

System: TRANSLOG Año 2003				
Estimation Method: Iterative Seemingly Unrelated Regression				
Date: 11/23/09 Time: 20:39				
Sample: 1 18				
Included observations: 18				
Total system (balanced) observations 54				
Simultaneous weighting matrix & coefficient iteration				
Convergence achieved after: 15 weight matrices, 16 total coef iterations				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.



C(1)	1.023361	0.170514	6.001613	0.0000
C(2)	0.471989	0.066185	7.131402	0.0000
C(3)	0.202975	0.039453	5.144766	0.0000
C(4)	-0.065870	0.040525	-1.625401	0.1112
C(5)	0.134505	0.023409	5.745933	0.0000
C(6)	-0.040955	0.017083	-2.397425	0.0208
C(7)	-0.000632	0.019481	-0.032455	0.9743
C(8)	-0.001454	0.005556	-0.261737	0.7947
C(9)	0.002252	0.003065	0.734586	0.4665
C(10)	-0.007668	0.003841	-1.996068	0.0521
Determinant residual covariance		5.77E-07		
Equation: $CC = C(1) + C(2)*K + C(3)*L + C(4)*Y + C(5)*KK + C(6)*KL + C(7)*LL + C(8)*KY + C(9)*LY + C(10)*YY$				
Observations: 18				
R-squared	0.917859	Mean dependent var	2.664275	
Adjusted R-squared	0.825450	S.D. dependent var	1.422108	
S.E. of regression	0.594145	Sum squared resid	2.824068	
Prob(F-statistic)	1.165197			
Equation: $SK = C(2) + C(5)*K + C(6)*L + C(8)*Y$				
Observations: 18				
R-squared	0.617602	Mean dependent var	0.784124	
Adjusted R-squared	0.535660	S.D. dependent var	0.241332	
S.E. of regression	0.164450	Sum squared resid	0.378611	
Prob(F-statistic)	0.893316			
Equation: $SL = C(3) + C(6)*K + C(7)*L + C(9)*Y$				
Observations: 18				
R-squared	0.462652	Mean dependent var	0.098596	
Adjusted R-squared	0.347506	S.D. dependent var	0.100993	
S.E. of regression	0.081579	Sum squared resid	0.093172	
Prob(F-statistic)	1.249999			
System: TRANSLOG Año 2005				
Estimation Method: Iterative Seemingly Unrelated Regression				
Date: 11/23/09 Time: 20:41				
Sample: 1 23				



Included observations: 23				
Total system (balanced) observations 69				
Simultaneous weighting matrix & coefficient iteration				
Convergence achieved after: 12 weight matrices, 13 total coef iterations				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	1.198616	0.136103	8.806655	0.0000
C(2)	0.457829	0.063239	7.239682	0.0000
C(3)	0.232901	0.035516	6.557665	0.0000
C(4)	0.093358	0.044056	2.119078	0.0383
C(5)	0.135875	0.024126	5.631928	0.0000
C(6)	-0.057417	0.015630	-3.673595	0.0005
C(7)	0.045746	0.021148	2.163100	0.0346
C(8)	-0.012694	0.007670	-1.655016	0.1032
C(9)	0.007658	0.003617	2.117091	0.0385
C(10)	0.004472	0.004529	0.987254	0.3275
Determinant residual covariance		2.14E-06		
Equation: CC = C(1) + C(2)*K + C(3)*L + C(4)*Y + C(5)*KK + C(6)*KL + C(7) *LL + C(8)*KY + C(9)*LY + C(10)*YY				
Observations: 23				
R-squared	0.893276	Mean dependent var	2.752978	
Adjusted R-squared	0.819391	S.D. dependent var	1.056836	
S.E. of regression	0.449136	Sum squared resid	2.622402	
Prob(F-statistic)	1.354103			
Equation: SK = C(2) + C(5)*K + C(6)*L + C(8)*Y				
Observations: 23				
R-squared	0.650007	Mean dependent var	0.816715	
Adjusted R-squared	0.594745	S.D. dependent var	0.230971	
S.E. of regression	0.147035	Sum squared resid	0.410769	
Prob(F-statistic)	0.929684			
Equation: SL = C(3) + C(6)*K + C(7)*L + C(9)*Y				
Observations: 23				
R-squared	0.538487	Mean dependent var	0.083584	
Adjusted R-squared	0.465616	S.D. dependent var	0.091054	
S.E. of regression	0.066562	Sum squared resid	0.084179	



Prob(F-statistic)	1.017596			
<p>System: TRANSLOG Año 2007          Estimation Method: Iterative Seemingly Unrelated Regression          Date: 11/23/09 Time: 20:40          Sample: 1 24          Included observations: 24          Total system (balanced) observations 72          Simultaneous weighting matrix &amp; coefficient iteration          Convergence achieved after: 17 weight matrices, 18 total coef iterations</p>				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	1.206795	0.136111	8.866271	0.0000
C(2)	0.443876	0.061446	7.223779	0.0000
C(3)	0.260041	0.037634	6.909779	0.0000
C(4)	0.046394	0.030951	1.498941	0.1390
C(5)	0.146690	0.023119	6.344888	0.0000
C(6)	-0.071116	0.016512	-4.306872	0.0001
C(7)	0.057695	0.020494	2.815268	0.0065
C(8)	-0.007022	0.005402	-1.299954	0.1984
C(9)	0.004089	0.002976	1.374070	0.1744
C(10)	0.000808	0.002611	0.309607	0.7579
Determinant residual covariance		7.65E-07		
<p>Equation: CC = C(1) + C(2)*K + C(3)*L + C(4)*Y + C(5)*KK + C(6)*KL + C(7)          *LL + C(8)*KY + C(9)*LY + C(10)*YY          Observations: 24</p>				
R-squared	0.843153	Mean dependent var		2.740994
Adjusted R-squared	0.742323	S.D. dependent var		0.873358
S.E. of regression	0.443334	Sum squared resid		2.751626
Prob(F-statistic)	1.002394			
<p>Equation: SK = C(2) + C(5)*K + C(6)*L + C(8)*Y          Observations: 24</p>				
R-squared	0.661856	Mean dependent var		0.826865
Adjusted R-squared	0.611134	S.D. dependent var		0.227302
S.E. of regression	0.141744	Sum squared resid		0.401826
Prob(F-statistic)	1.130789			





Equation: $SL = C(3) + C(6)*K + C(7)*L + C(9)*Y$			
Observations: 24			
R-squared	0.540885	Mean dependent var	0.080111
Adjusted R-squared	0.472017	S.D. dependent var	0.097240
S.E. of regression	0.070657	Sum squared resid	0.099849
Prob(F-statistic)	1.327304		

### A1.3. Recolección

System: TRANSLOG Año 2003				
Estimation Method: Iterative Seemingly Unrelated Regression				
Date: 11/26/09 Time: 10:19				
Sample: 1 18				
Included observations: 18				
Total system (balanced) observations 54				
Simultaneous weighting matrix & coefficient iteration				
Convergence achieved after: 9 weight matrices, 10 total coef iterations				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	1.201205	0.167632	7.165719	0.0000
C(2)	0.355617	0.080281	4.429675	0.0001
C(3)	0.292823	0.075206	3.893630	0.0003
C(4)	-0.030872	0.043301	-0.712959	0.4796
C(5)	0.189365	0.033495	5.653478	0.0000
C(6)	-0.084892	0.035534	-2.389019	0.0212
C(7)	0.041394	0.052739	0.784881	0.4367
C(8)	-0.006914	0.006347	-1.089418	0.2819
C(9)	0.002846	0.005588	0.509356	0.6130
C(10)	-0.006181	0.003208	-1.926814	0.0605
Determinant residual covariance		6.66E-06		
Equation: $CC = C(1) + C(2)*K + C(3)*L + C(4)*Y + C(5)*KK + C(6)*KL + C(7)*LL + C(8)*KY + C(9)*LY + C(10)*YY$				
Observations: 18				



R-squared	0.813093	Mean dependent var	2.575585
Adjusted R-squared	0.602822	S.D. dependent var	0.863248
S.E. of regression	0.544037	Sum squared resid	2.367811
Prob(F-statistic)	1.897416		
Equation: SK = C(2) + C(5)*K + C(6)*L + C(8)*Y			
Observations: 18			
R-squared	0.677199	Mean dependent var	0.794068
Adjusted R-squared	0.608028	S.D. dependent var	0.247574
S.E. of regression	0.155001	Sum squared resid	0.336353
Prob(F-statistic)	2.080418		
Equation: SL= C(3) + C(6)*K + C(7)*L+ C(9)*Y			
Observations: 18			
R-squared	0.250698	Mean dependent var	0.101900
Adjusted R-squared	0.090133	S.D. dependent var	0.139614
S.E. of regression	0.133174	Sum squared resid	0.248293
Prob(F-statistic)	2.599346		

System: TRANSLOG Año 2005				
Estimation Method: Iterative Seemingly Unrelated Regression				
Date: 11/23/09 Time: 20:45				
Sample: 1 21				
Included observations: 21				
Total system (balanced) observations 63				
Simultaneous weighting matrix & coefficient iteration				
Convergence achieved after: 9 weight matrices, 10 total coef iterations				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	1.162650	0.150772	7.711332	0.0000
C(2)	0.454637	0.068415	6.645295	0.0000
C(3)	0.254796	0.039457	6.457572	0.0000
C(4)	0.054786	0.044126	1.241565	0.2199
C(5)	0.141002	0.026394	5.342152	0.0000
C(6)	-0.063962	0.017445	-3.666584	0.0006
C(7)	0.040351	0.019651	2.053415	0.0450
C(8)	-0.008883	0.007168	-1.239148	0.2208
C(9)	0.006758	0.003704	1.824531	0.0737
C(10)	0.001825	0.003870	0.471658	0.6391



Determinant residual covariance		1.67E-06	
Equation: $CC = C(1) + C(2)*K + C(3)*L + C(4)*Y + C(5)*KK + C(6)*KL + C(7)*LL + C(8)*KY + C(9)*LY + C(10)*YY$			
Observations: 21			
R-squared	0.884614	Mean dependent var	2.762449
Adjusted R-squared	0.790207	S.D. dependent var	1.030699
S.E. of regression	0.472093	Sum squared resid	2.451589
Prob(F-statistic)	1.395227		
Equation: $SK = C(2) + C(5)*K + C(6)*L + C(8)*Y$			
Observations: 21			
R-squared	0.633106	Mean dependent var	0.815241
Adjusted R-squared	0.568360	S.D. dependent var	0.219731
S.E. of regression	0.144361	Sum squared resid	0.354284
Prob(F-statistic)	1.131232		
Equation: $SL = C(3) + C(6)*K + C(7)*L + C(9)*Y$			
Observations: 21			
R-squared	0.528617	Mean dependent var	0.091977
Adjusted R-squared	0.445432	S.D. dependent var	0.095931
S.E. of regression	0.071439	Sum squared resid	0.086760
Prob(F-statistic)	1.476337		

System: TRANSLOG Año 2007  
 Estimation Method: Iterative Seemingly Unrelated Regression  
 Date: 11/23/09 Time: 21:39  
 Sample: 1 24  
 Included observations: 24  
 Total system (balanced) observations 72  
 Simultaneous weighting matrix & coefficient iteration  
 Convergence achieved after: 20 weight matrices, 21 total coef iterations

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.848406	0.167643	5.060804	0.0000
C(2)	0.691224	0.052791	13.09363	0.0000
C(3)	0.171556	0.028416	6.037353	0.0000
C(4)	0.000748	0.043042	0.017389	0.9862



C(5)	0.051389	0.013680	3.756583	0.0004
C(6)	-0.031780	0.009385	-3.386038	0.0012
C(7)	0.021768	0.008194	2.656510	0.0100
C(8)	-0.003824	0.006558	-0.583058	0.5620
C(9)	0.002207	0.003026	0.729356	0.4685
C(10)	-0.001084	0.003175	-0.341406	0.7340
Determinant residual covariance		3.81E-07		
Equation: $CC = C(1) + C(2)*K + C(3)*L + C(4)*Y + C(5)*KK + C(6)*KL + C(7)*LL + C(8)*KY + C(9)*LY + C(10)*YY$				
Observations: 24				
R-squared	0.974926	Mean dependent var	3.400766	
Adjusted R-squared	0.958808	S.D. dependent var	2.618569	
S.E. of regression	0.531463	Sum squared resid	3.954335	
Prob(F-statistic)	0.838394			
Equation: $SK = C(2) + C(5)*K + C(6)*L + C(8)*Y$				
Observations: 24				
R-squared	0.357866	Mean dependent var	0.841092	
Adjusted R-squared	0.261546	S.D. dependent var	0.220418	
S.E. of regression	0.189412	Sum squared resid	0.717540	
Prob(F-statistic)	0.405384			
Equation: $SL = C(3) + C(6)*K + C(7)*L + C(9)*Y$				
Observations: 24				
R-squared	0.421803	Mean dependent var	0.082478	
Adjusted R-squared	0.335073	S.D. dependent var	0.106452	
S.E. of regression	0.086804	Sum squared resid	0.150698	
Prob(F-statistic)	0.527047			

#### A1.4. Tratamiento

System: TRANSLOG Año 2005
Estimation Method: Iterative Seemingly Unrelated Regression
Date: 11/23/09 Time: 20:48
Sample: 1 15
Included observations: 15
Total system (balanced) observations 45



Simultaneous weighting matrix & coefficient iteration				
Convergence achieved after: 57 weight matrices, 58 total coef iterations				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	1.207179	0.173046	6.976067	0.0000
C(2)	0.581148	0.062203	9.342804	0.0000
C(3)	0.211721	0.032204	6.574260	0.0000
C(4)	0.350003	0.072625	4.819316	0.0000
C(5)	0.060962	0.021578	2.825206	0.0078
C(6)	-0.039765	0.010841	-3.667867	0.0008
C(7)	0.040375	0.008565	4.713761	0.0000
C(8)	-0.085824	0.017434	-4.922759	0.0000
C(9)	0.043215	0.008864	4.875525	0.0000
C(10)	0.002160	0.032507	0.066457	0.9474
Determinant residual covariance		1.75E-07		
Equation: $CC = C(1) + C(2)*K + C(3)*L + C(4)*Y + C(5)*KK + C(6)*KL + C(7)*LL + C(8)*KY + C(9)*LY + C(10)*YY$				
Observations: 15				
R-squared	0.923156	Mean dependent var	2.791374	
Adjusted R-squared	0.784837	S.D. dependent var	1.265480	
S.E. of regression	0.587001	Sum squared resid	1.722852	
Prob(F-statistic)	2.041230			
Equation: $SK = C(2) + C(5)*K + C(6)*L + C(8)*Y$				
Observations: 15				
R-squared	0.690635	Mean dependent var	0.844475	
Adjusted R-squared	0.606263	S.D. dependent var	0.231173	
S.E. of regression	0.145057	Sum squared resid	0.231458	
Prob(F-statistic)	1.151171			
Equation: $SL = C(3) + C(6)*K + C(7)*L + C(9)*Y$				
Observations: 15				
R-squared	0.682711	Mean dependent var	0.068488	
Adjusted R-squared	0.596177	S.D. dependent var	0.115101	
S.E. of regression	0.073143	Sum squared resid	0.058849	
Prob(F-statistic)	1.475847			



System: TRANSLOG Año 2007				
Estimation Method: Iterative Seemingly Unrelated Regression				
Date: 11/23/09 Time: 20:49				
Sample: 1 18				
Included observations: 18				
Total system (balanced) observations 54				
Simultaneous weighting matrix & coefficient iteration				
Convergence achieved after: 28 weight matrices, 29 total coef iterations				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	1.023254	0.207352	4.934873	0.0000
C(2)	0.623588	0.069614	8.957746	0.0000
C(3)	0.178625	0.037729	4.734486	0.0000
C(4)	0.084119	0.045701	1.840638	0.0724
C(5)	0.074380	0.019350	3.843935	0.0004
C(6)	-0.037015	0.009636	-3.841192	0.0004
C(7)	0.028375	0.007104	3.994080	0.0002
C(8)	-0.020886	0.008368	-2.495926	0.0164
C(9)	0.011360	0.004578	2.481155	0.0170
C(10)	-0.002199	0.002472	-0.889749	0.3784
Determinant residual covariance		1.32E-07		
Equation: CC = C(1) + C(2)*K + C(3)*L + C(4)*Y + C(5)*KK + C(6)*KL + C(7) *LL + C(8)*KY + C(9)*LY + C(10)*YY				
Observations: 18				
R-squared	0.744007	Mean dependent var	2.769278	
Adjusted R-squared	0.456015	S.D. dependent var	0.958703	
S.E. of regression	0.707094	Sum squared resid	3.999860	
Prob(F-statistic)	1.406948			
Equation: SK = C(2) + C(5)*K + C(6)*L + C(8)*Y				
Observations: 18				
R-squared	0.465175	Mean dependent var	0.857277	
Adjusted R-squared	0.350570	S.D. dependent var	0.224414	
S.E. of regression	0.180849	Sum squared resid	0.457888	
Prob(F-statistic)	1.517341			
Equation: SL = C(3) + C(6)*K + C(7)*L + C(9)*Y				



Observations: 18			
R-squared	0.405384	Mean dependent var	0.064570
Adjusted R-squared	0.277967	S.D. dependent var	0.117219
S.E. of regression	0.099604	Sum squared resid	0.138894
Prob(F-statistic)	1.415858		

## A2. Funciones de Costos Estimadas Data de Panel

### A2.1. Producción

Dependent Variable: YAS				
Method: Panel Least Squares				
Date: 11/22/09 Time: 17:12				
Sample: 1 5				
Periods included: 5				
Cross-sections included: 24				
Total panel (unbalanced) observations: 107				
White cross-section standard errors & covariance (d.f. corrected)				
YAS = C(1)+C(2)*K+C(3)*L+C(4)*E+C(5)*KK+C(6)*LL+C(7)*EE+C(8)*KL				
+C(9)*KE+C(10)*EL				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	-0.23341	0.042869	-5.444723	0
C(2)	0.358961	0.055506	6.467114	0
C(3)	0.792453	0.02593	30.56071	0
C(4)	0.130763	0.031898	4.099409	0.0001
C(5)	0.356986	0.265888	1.342617	0.1825
C(6)	0.409437	0.392626	1.042815	0.2996
C(7)	-0.11277	0.053653	-2.101844	0.0382
C(8)	-0.631974	0.691685	-0.913673	0.3632
C(9)	0.512473	0.145367	3.525377	0.0006
C(10)	-0.403253	0.068773	-5.86357	0



R-squared	0.924956	Mean dependent var	-1.11985
Adjusted R-squared	0.917993	S.D. dependent var	1.651349
S.E. of regression	0.472893	Akaike info criterion	1.428905
Sum squared resid	21.69194	Schwarz criterion	1.678702
Log likelihood	-66.4464	Hannan-Quinn criter.	1.530169
F-statistic	132.8421	Durbin-Watson stat	0.706403
Prob(F-statistic)	0		

## A2.2. Distribución

Dependent Variable: YAS				
Method: Panel Least Squares				
Date: 11/12/09 Time: 12:41				
Sample: 1 5				
Periods included: 5				
Cross-sections included: 24				
Total panel (unbalanced) observations: 107				
White cross-section standard errors & covariance (d.f. corrected)				
YAS = C(1)+C(2)*K+C(3)*L+C(4)*E+C(5)*KK+C(6)*LL+C(7)*EE+C(8)*KL				
+C(9)*KE+C(10)*EL				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	-0.1968	0.03003	-6.553477	0
C(2)	0.249003	0.048917	5.090344	0
C(3)	0.722277	0.033387	21.63349	0
C(4)	0.135007	0.014876	9.075447	0
C(5)	0.026586	0.026114	1.018077	0.3112
C(6)	-0.000241	0.102714	-0.002345	0.9981
C(7)	0.028516	0.008301	3.435109	0.0009
C(8)	0.003479	0.170573	0.020396	0.9838





C(9)	-0.11241	0.054322	-2.069337	0.0412
C(10)	0.164858	0.049954	3.300175	0.0014
R-squared	0.947648	Mean dependent var		-1.091452
Adjusted R-squared	0.942791	S.D. dependent var		1.54968
S.E. of regression	0.370659	Akaike info criterion		0.94173
Sum squared resid	13.32665	Schwarz criterion		1.191527
Log likelihood	-40.38254	Hannan-Quinn criter.		1.042994
F-statistic	195.0947	Durbin-Watson stat		0.415967
Prob(F-statistic)	0			

### A2.3. Recolección

Dependent Variable: YAS				
Method: Panel Least Squares				
Date: 11/12/09 Time: 12:07				
Sample: 1 5				
Periods included: 5				
Cross-sections included: 20				
Total panel (unbalanced) observations: 94				
White cross-section standard errors & covariance (d.f. corrected)				
YAS = C(1)+C(2)*K+C(3)*L+C(4)*E+C(5)*KK+C(6)*LL+C(7)*EE+C(8)*KL				
+C(9)*KE+C(10)*EL				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	-0.30551	0.033153	-9.215206	0
C(2)	0.172404	0.038048	4.531261	0
C(3)	1.103154	0.045685	24.14688	0
C(4)	-0.152265	0.039882	-3.817908	0.0003
C(5)	0.024609	0.055	0.447435	0.6557
C(6)	0.328535	0.115272	2.850096	0.0055



C(7)	-0.009002	0.005071	-1.775042	0.0795
C(8)	-0.305621	0.195111	-1.566394	0.121
C(9)	0.126938	0.023446	5.414167	0
C(10)	-0.155983	0.037933	-4.112103	0.0001
R-squared	0.931553	Mean dependent var		-0.891745
Adjusted R-squared	0.92422	S.D. dependent var		1.341964
S.E. of regression	0.369419	Akaike info criterion		0.946515
Sum squared resid	11.46348	Schwarz criterion		1.217078
Log likelihood	-34.4862	Hannan-Quinn criter.		1.055803
F-statistic	127.026	Durbin-Watson stat		0.560186
Prob(F-statistic)	0			

#### A2.4. Tratamiento

Dependent Variable: YAS				
Method: Panel Least Squares				
Date: 11/12/09 Time: 14:45				
Sample: 1 5				
Periods included: 5				
Cross-sections included: 23				
Total panel (unbalanced) observations: 93				
White cross-section standard errors & covariance (d.f. corrected)				
YAS = C(1)+C(2)*K+C(3)*L+C(4)*E+C(5)*KK+C(6)*LL+C(7)*EE+C(8)*KL				
+C(9)*KE+C(10)*EL				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.013861	0.118473	0.116994	0.9071
C(2)	0.362557	0.116543	3.110944	0.0026
C(3)	0.080123	0.134488	0.595762	0.553
C(4)	0.468236	0.18532	2.526643	0.0134



C(5)	0.063604	0.04635	1.372248	0.1737
C(6)	-0.358635	0.126329	-2.838893	0.0057
C(7)	0.087945	0.105393	0.834448	0.4064
C(8)	-0.203575	0.161236	-1.262588	0.2103
C(9)	-0.095198	0.170909	-0.557011	0.579
C(10)	0.343357	0.1011	3.396216	0.0011
R-squared	0.846059	Mean dependent var		-1.206723
Adjusted R-squared	0.829366	S.D. dependent var		1.892304
S.E. of regression	0.78167	Akaike info criterion		2.446527
Sum squared resid	50.71367	Schwarz criterion		2.718849
Log likelihood	-103.7635	Hannan-Quinn criter.		2.556483
F-statistic	50.68511	Durbin-Watson stat		0.683046
Prob(F-statistic)	0			

### A3. Funciones de Costos Estimadas Economías de Densidad

#### A3.1. Distribución

##### A3.1.1. Clientes

System: TRANSLOG		2003		
Estimation Method: Iterative Seemingly Unrelated Regression				
Date: 11/22/09 Time: 19:36				
Sample: 1 18				
Included observations: 18				
Total system (balanced) observations 54				
Simultaneous weighting matrix & coefficient iteration				
Convergence achieved after: 24 weight matrices, 25 total coef iterations				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	1.205748	0.105223	11.45899	0
C(2)	0.437215	0.054741	7.986907	0
C(3)	0.228875	0.033277	6.877883	0



C(4)	0.291295	0.060102	4.846709	0
C(5)	0.130702	0.022005	5.939601	0
C(6)	-0.045745	0.015816	-2.892259	0.0059
C(7)	0.012889	0.018853	0.683646	0.4978
C(8)	-0.064568	0.015811	-4.083854	0.0002
C(9)	0.031047	0.008407	3.693181	0.0006
C(10)	0.017878	0.027121	0.659192	0.5132
Determinant residual covariance		3.51E-07		
Equation: $CC = C(1) + C(2)*K + C(3)*L + C(4)*Y + C(5)*KK + C(6)*KL + C(7)*LL + C(8)*KY + C(9)*LY + C(10)*YY$				
Observations: 18				
R-squared	0.973396	Mean dependent var	2.664275	
Adjusted R-squared	0.943467	S.D. dependent var	1.422108	
S.E. of regression	0.338129	Sum squared resid	0.914649	
Prob(F-statistic)	1.370193			
Equation: $SK = C(2) + C(5)*K + C(6)*L + C(8)*Y$				
Observations: 18				
R-squared	0.759429	Mean dependent var	0.784124	
Adjusted R-squared	0.707878	S.D. dependent var	0.241332	
S.E. of regression	0.130436	Sum squared resid	0.238188	
Prob(F-statistic)	1.949662			
Equation: $SL = C(3) + C(6)*K + C(7)*L + C(9)*Y$				
Observations: 18				
R-squared	0.673612	Mean dependent var	0.098596	
Adjusted R-squared	0.603672	S.D. dependent var	0.100993	
S.E. of regression	0.06358	Sum squared resid	0.056593	
Prob(F-statistic)	2.162032			

System: TRANSLOG 2007

Estimation Method: Iterative Seemingly Unrelated Regression



Date: 11/23/09 Time: 10:22

Sample: 1 24

Included observations: 24

Total system (balanced) observations 72

Simultaneous weighting matrix & coefficient iteration

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	1.258599	0.089377	14.08197	0
C(2)	0.444715	0.053441	8.321608	0
C(3)	0.24039	0.034632	6.941296	0
C(4)	0.275471	0.041069	6.707581	0
C(5)	0.127205	0.023227	5.476714	0
C(6)	-0.053734	0.016711	-3.215558	0.0021
C(7)	0.043844	0.023129	1.895629	0.0627
C(8)	-0.046455	0.010093	-4.602884	0
C(9)	0.022413	0.006517	3.438929	0.001
C(10)	0.039636	0.016097	2.462372	0.0166

Determinant residual covariance 4.15E-07

\*LL + C(8)\*KY + C(9)\*LY + C(10)\*YY

Observations: 24

R-squared	0.946123	Mean dependent var	2.740994
Adjusted R-squared	0.911488	S.D. dependent var	0.873358
S.E. of regression	0.259833	Sum squared resid	0.945186
Prob(F-statistic)	1.477122		

Equation: SK = C(2) + C(5)\*K + C(6)\*L + C(8)\*Y

Observations: 24

R-squared	0.798744	Mean dependent var	0.826865
Adjusted R-squared	0.768555	S.D. dependent var	0.227302
S.E. of regression	0.109352	Sum squared resid	0.239158
Prob(F-statistic)	0.922584		

Equation: SL= C(3) + C(6)\*K + C(7)\*L+ C(9)\*Y

Observations: 24



R-squared	0.668708	Mean dependent var	0.080111
Adjusted R-squared	0.619014	S.D. dependent var	0.09724
S.E. of regression	0.060021	Sum squared resid	0.07205
Prob(F-statistic)	1.440709		

### A3.1.2. Redes

System: TRANSLOG		2003		
Estimation Method: Iterative Seemingly Unrelated Regression				
Date: 11/23/09 Time: 09:43				
Sample: 1 18				
Included observations: 18				
Total system (balanced) observations 54				
Simultaneous weighting matrix & coefficient iteration				
Convergence achieved after: 23 weight matrices, 24 total coef iterations				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	1.188323	0.104509	11.37051	0
C(2)	0.442827	0.054126	8.181343	0
C(3)	0.226254	0.033288	6.79677	0
C(4)	0.350767	0.067887	5.166922	0
C(5)	0.128846	0.021805	5.909059	0
C(6)	-0.045025	0.015853	-2.840094	0.0068
C(7)	0.01245	0.018983	0.655829	0.5153
C(8)	-0.081143	0.019094	-4.249663	0.0001
C(9)	0.038482	0.010257	3.751618	0.0005
C(10)	0.021706	0.042973	0.505103	0.616
Determinant residual covariance		3.28E-07		
Equation: $CC = C(1) + C(2)*K + C(3)*L + C(4)*Y + C(5)*KK + C(6)*KL + C(7)*LL + C(8)*KY + C(9)*LY + C(10)*YY$				
Observations: 18				
R-squared	0.974863	Mean dependent var	2.664275	



Adjusted R-squared	0.946583	S.D. dependent var	1.422108
S.E. of regression	0.32868	Sum squared resid	0.864243
Prob(F-statistic)	1.411847		
Equation: SK = C(2) + C(5)*K + C(6)*L + C(8)*Y			
Observations: 18			
R-squared	0.768234	Mean dependent var	0.784124
Adjusted R-squared	0.71857	S.D. dependent var	0.241332
S.E. of regression	0.128026	Sum squared resid	0.229471
Prob(F-statistic)	1.891439		
Equation: SL= C(3) + C(6)*K + C(7)*L+ C(9)*Y			
Observations: 18			
R-squared	0.68049	Mean dependent var	0.098596
Adjusted R-squared	0.612023	S.D. dependent var	0.100993
S.E. of regression	0.062906	Sum squared resid	0.055401
Prob(F-statistic)	2.083091		

System: TRANSLOG		2007		
Estimation Method: Iterative Seemingly Unrelated Regression				
Date: 11/23/09 Time: 09:57				
Sample: 1 24				
Included observations: 24				
Total system (balanced) observations 72				
Simultaneous weighting matrix & coefficient iteration				
Convergence achieved after: 24 weight matrices, 25 total coef iterations				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	1.224426	0.081046	15.10775	0
C(2)	0.448964	0.052601	8.535257	0
C(3)	0.240887	0.034079	7.068527	0
C(4)	0.366685	0.043862	8.360011	0
C(5)	0.123964	0.023171	5.349998	0
C(6)	-0.054373	0.016279	-3.34016	0.0014
C(7)	0.050095	0.023084	2.170113	0.0338



C(8)	-0.065101	0.012508	-5.204671	0
C(9)	0.029745	0.008051	3.694564	0.0005
C(10)	0.073173	0.024572	2.977843	0.0041
Determinant residual covariance		3.40E-07		
Equation: $CC = C(1) + C(2)*K + C(3)*L + C(4)*Y + C(5)*KK + C(6)*KL + C(7)*LL + C(8)*KY + C(9)*LY + C(10)*YY$				
Observations: 24				
R-squared	0.962278	Mean dependent var	2.740994	
Adjusted R-squared	0.938029	S.D. dependent var	0.873358	
S.E. of regression	0.217414	Sum squared resid	0.661766	
Prob(F-statistic)	1.737498			
Equation: $SK = C(2) + C(5)*K + C(6)*L + C(8)*Y$				
Observations: 24				
R-squared	0.811689	Mean dependent var	0.826865	
Adjusted R-squared	0.783443	S.D. dependent var	0.227302	
S.E. of regression	0.105777	Sum squared resid	0.223774	
Prob(F-statistic)	0.884578			
Equation: $SL = C(3) + C(6)*K + C(7)*L + C(9)*Y$				
Observations: 24				
R-squared	0.682283	Mean dependent var	0.080111	
Adjusted R-squared	0.634626	S.D. dependent var	0.09724	
S.E. of regression	0.058778	Sum squared resid	0.069097	
Prob(F-statistic)	1.464416			

## A3.2. Recolección

### A3.2.1. Clientes

System: TRANSLOG 2003
Estimation Method: Iterative Seemingly Unrelated Regression
Date: 11/25/09 Time: 20:44
Sample: 1 18
Included observations: 18





Total system (balanced) observations 54				
Simultaneous weighting matrix & coefficient iteration				
Convergence achieved after: 21 weight matrices, 22 total coef iterations				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	1.298532	0.142079	9.139516	0
C(2)	0.364368	0.071751	5.078226	0
C(3)	0.427893	0.069642	6.14416	0
C(4)	0.139544	0.082315	1.695256	0.0971
C(5)	0.176841	0.03181	5.559262	0
C(6)	-0.154193	0.030994	-4.974915	0
C(7)	0.139595	0.032449	4.301946	0.0001
C(8)	-0.04949	0.018316	-2.702025	0.0098
C(9)	0.005355	0.019602	0.273185	0.786
C(10)	-0.047179	0.046939	-1.005123	0.3203
Determinant residual covariance		1.05E-05		
Equation: $CC = C(1) + C(2)*K + C(3)*L + C(4)*Y + C(5)*KK + C(6)*KL + C(7)*LL + C(8)*KY + C(9)*LY + C(10)*YY$				
Observations: 18				
R-squared	0.987909	Mean dependent var	3.454249	
Adjusted R-squared	0.974307	S.D. dependent var	3.07063	
S.E. of regression	0.492192	Sum squared resid	1.94E+00	
Prob(F-statistic)	1.966572			
Equation: $SK = C(2) + C(5)*K + C(6)*L + C(8)*Y$				
Observations: 18				
R-squared	0.77079	Mean dependent var	0.791411	
Adjusted R-squared	0.721674	S.D. dependent var	2.53E-01	
S.E. of regression	1.34E-01	Sum squared resid	2.50E-01	
Prob(F-statistic)	2.468606			
Equation: $SL = C(3) + C(6)*K + C(7)*L + C(9)*Y$				
Observations: 18				



R-squared	0.101655	Mean dependent var	0.099483
Adjusted R-squared	-0.090847	S.D. dependent var	0.137228
S.E. of regression	0.143326	Sum squared resid	2.88E-01
Prob(F-statistic)	1.875936		

System: TRANSLOG		2007		
Estimation Method: Iterative Seemingly Unrelated Regression				
Date: 11/24/09 Time: 10:34				
Sample: 1 20				
Included observations: 20				
Total system (balanced) observations 60				
Simultaneous weighting matrix & coefficient iteration				
Convergence achieved after: 18 weight matrices, 19 total coef iterations				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	1.028642	0.09204	11.17607	0
C(2)	0.673023	0.048555	13.86118	0
C(3)	0.155081	0.022582	6.867445	0
C(4)	0.434688	0.05918	7.345205	0
C(5)	0.011035	0.017138	0.643888	0.5226
C(6)	-0.01302	0.009601	-1.356081	0.1812
C(7)	0.013448	0.008257	1.628818	0.1096
C(8)	-0.07707	0.020142	-3.826256	0.0004
C(9)	0.031687	0.007501	4.224161	0.0001
C(10)	0.100333	0.030837	3.253628	0.002
Determinant residual covariance		1.92E-07		
Equation: $CC = C(1) + C(2)*K + C(3)*L + C(4)*Y + C(5)*KK + C(6)*KL + C(7)*LL + C(8)*KY + C(9)*LY + C(10)*YY$				
Observations: 20				
R-squared	0.995549	Mean dependent var	3.224743	
Adjusted R-squared	0.991544	S.D. dependent var	2.815828	
S.E. of regression	0.25894	Sum squared resid	6.70E-01	



Prob(F-statistic)	1.565421		
Equation: $SK = C(2) + C(5)*K + C(6)*L + C(8)*Y$			
Observations: 20			
R-squared	0.510961	Mean dependent var	0.810945
Adjusted R-squared	0.419267	S.D. dependent var	2.31E-01
S.E. of regression	1.76E-01	Sum squared resid	4.97E-01
Prob(F-statistic)	0.462922		
Equation: $SL = C(3) + C(6)*K + C(7)*L + C(9)*Y$			
Observations: 20			
R-squared	0.614035	Mean dependent var	0.082917
Adjusted R-squared	0.541667	S.D. dependent var	0.092276
S.E. of regression	0.062471	Sum squared resid	6.24E-02
Prob(F-statistic)	0.876457		

### A3.2.2. Redes

System: TRANSLOG		2003		
Estimation Method: Iterative Seemingly Unrelated Regression				
Date: 11/23/09 Time: 09:43				
Sample: 1 18				
Included observations: 18				
Total system (balanced) observations 54				
Simultaneous weighting matrix & coefficient iteration				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	1.188323	0.104509	11.37051	0
C(2)	0.442827	0.054126	8.181343	0
C(3)	0.226254	0.033288	6.79677	0
C(4)	0.350767	0.067887	5.166922	0
C(5)	0.128846	0.021805	5.909059	0
C(6)	-0.045025	0.015853	-2.840094	0.0068
C(7)	0.01245	0.018983	0.655829	0.5153
C(8)	-0.081143	0.019094	-4.249663	0.0001



C(9)	0.038482	0.010257	3.751618	0.0005
C(10)	0.021706	0.042973	0.505103	0.616
Determinant residual covariance		3.28E-07		
*LL + C(8)*KY + C(9)*LY + C(10)*YY				
Observations: 18				
R-squared	0.974863	Mean dependent var	2.664275	
Adjusted R-squared	0.946583	S.D. dependent var	1.422108	
S.E. of regression	0.32868	Sum squared resid	0.864243	
Prob(F-statistic)	1.411847			
Equation: SK = C(2) + C(5)*K + C(6)*L + C(8)*Y				
Observations: 18				
R-squared	0.768234	Mean dependent var	0.784124	
Adjusted R-squared	0.71857	S.D. dependent var	0.241332	
S.E. of regression	0.128026	Sum squared resid	0.229471	
Prob(F-statistic)	1.891439			
Equation: SL= C(3) + C(6)*K + C(7)*L+ C(9)*Y				
Observations: 18				
R-squared	0.68049	Mean dependent var	0.098596	
Adjusted R-squared	0.612023	S.D. dependent var	0.100993	
S.E. of regression	0.062906	Sum squared resid	0.055401	
Prob(F-statistic)	2.083091			

System: TRANSLOG	2007
Estimation Method: Iterative Seemingly Unrelated Regression	
Date: 11/23/09 Time: 09:57	
Sample: 1 24	
Included observations: 24	
Total system (balanced) observations 72	
Simultaneous weighting matrix & coefficient iteration	



	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	1.224426	0.081046	15.10775	0
C(2)	0.448964	0.052601	8.535257	0
C(3)	0.240887	0.034079	7.068527	0
C(4)	0.366685	0.043862	8.360011	0
C(5)	0.123964	0.023171	5.349998	0
C(6)	-0.054373	0.016279	-3.34016	0.0014
C(7)	0.050095	0.023084	2.170113	0.0338
C(8)	-0.065101	0.012508	-5.204671	0
C(9)	0.029745	0.008051	3.694564	0.0005
C(10)	0.073173	0.024572	2.977843	0.0041
Determinant residual covariance		3.40E-07		
*LL + C(8)*KY + C(9)*LY + C(10)*YY				
Observations: 24				
R-squared	0.962278	Mean dependent var	2.740994	
Adjusted R-squared	0.938029	S.D. dependent var	0.873358	
S.E. of regression	0.217414	Sum squared resid	0.661766	
Prob(F-statistic)	1.737498			
Equation: SK = C(2) + C(5)*K + C(6)*L + C(8)*Y				
Observations: 24				
R-squared	0.811689	Mean dependent var	0.826865	
Adjusted R-squared	0.783443	S.D. dependent var	0.227302	
S.E. of regression	0.105777	Sum squared resid	0.223774	
Prob(F-statistic)	0.884578			
Equation: SL= C(3) + C(6)*K + C(7)*L+ C(9)*Y				
Observations: 24				
R-squared	0.682283	Mean dependent var	0.080111	
Adjusted R-squared	0.634626	S.D. dependent var	0.09724	
S.E. of regression	0.058778	Sum squared resid	0.069097	
Prob(F-statistic)	1.464416			